

Le plan d'extension du métro en banlieue parisienne, un cas type d'application de l'analyse multicritère

par Jean-Christophe HUGONNARD,

Ingénieur à la R.A.T.P.

et Bernard ROY

Professeur à l'Université Paris-Dauphine,

Conseiller scientifique à la R.A.T.P.

Les vues exprimées dans cet article n'engagent que leurs auteurs et ne sauraient donc traduire la position officielle de la R.A.T.P.

Le plan d'extension du métro dans la banlieue de Paris, élaboré par la RATP en 1973, peut être rapproché, à plus d'un titre, de celui établi en 1928 par le Conseil général de la Seine. Dans un contexte urbain sans cesse mouvant, il apparaît en effet comme le prolongement logique d'une politique élaborée dès cette époque et qui n'a dû qu'à des circonstances extérieures (la deuxième guerre mondiale en particulier) de ne pouvoir être conduite avec la volonté et la continuité nécessaires.

Mais si la reprise depuis 1970 de la politique d'extension du métro en banlieue s'est bien faite avec un assentiment global de l'ensemble de parties prenantes, sa mise en oeuvre, nécessairement étalée du fait de l'importance des moyens financiers,

économiques et humains mis en jeu, n'a pas manqué, pour sa part, de susciter de vastes débats sur les choix à effectuer pour la programmation des divers prolongements concernés.

Cette programmation est naturellement in fine du ressort des Pouvoirs Publics, mais il appartient à la RATP, qui mène les études techniques et socio-économiques permettant la prise en considération des projets, l'élaboration des programmes et la préparation des décisions d'engagement, de contribuer à sa définition.

Cette contribution s'est traduite en particulier par la publication, en février 1979, d'un dossier intitulé "extension du métro en banlieue- ... évaluation globale et classement des différents prolongements", dossier établi sur les bases fournies par l'ensemble des études menées par la RATP entre 1973 et 1979.

Ce dossier s'appuyait sur une comparaison multicritère des différents prolongements concernés, qu'il a été possible, depuis lors, de reprendre sur des bases nouvelles sans que cela conduise cependant à en remettre en cause les conclusions, mais bien plutôt à les enrichir aujourd'hui.

Cet article a donc un double objectif :

- d'une part, rappeler sommairement les grandes lignes du rapport de 1979, qui montrait en particulier clairement l'intérêt d'une relance de la politique d'extension du métro en banlieue et faire le point de la politique menée dans ce cadre ;
- d'autre part, décrire et illustrer cette approche multicritère originale, conçue pour éclairer un processus de décision de programmation, voire même de nature différente.

1. LA POLITIQUE D'EXTENSION DU METRO EN BANLIEUE

1.1 - Pourquoi un nouveau plan d'extension du métro en banlieue ?

Depuis l'ouverture le 19 Juillet 1900, de la première ligne de chemin de fer métropolitain, reliant la Porte de Vincennes à la Porte Maillot, l'extension du métro s'est poursuivie de manière continue mais avec un rythme variable selon les périodes (Tableau 1).

TABLEAU 1 : DEVELOPPEMENT DU METRO

Période	Kilométrage construit	Rythme annuel moyen	Kilométrage total en fin de période
1900-1913	93,2	7,1	93,2
1914-1929	19,6	1,2	112,8
1930-1939	45,2	4,5	158,0
1940-1952	10,6	0,8	168,6
1953-1969	-	-	168,6
1970-1980	21,7	2,0	190,3

Dans la période initiale, le rythme de construction a été très élevé ; près de la moitié du réseau actuel a été construit en 13 ans.

Une deuxième période de construction très active a commencé en 1930 et s'est poursuivie jusqu'en 1939 ; pendant ces neuf années, 45 kilomètres supplémentaires ont été réalisés. Alors qu'à l'origine le métro avait été conçu par et pour la seule ville de Paris, c'est dans cette deuxième période qu'ont été réalisés les premiers prolongements en banlieue ; ils s'inscrivaient dans un plan d'ensemble adopté par le Conseil général de la Seine en 1928 pour répondre à la très forte croissance de la partie suburbaine de l'agglomération parisienne, dont la population passait de 956 000 habitants en 1901 à 2 062 000 en 1931.

Dix des quinze prolongements prévus dans ce plan ont été effectivement réalisés de 1934 (ouverture du tronçon Porte de Saint-Cloud - Pont de Sévres de la ligne 9) à 1952 (ouverture de la section Porte de Saint-Ouen - Carrefour Pleyel de la ligne 13), date à laquelle le réseau de banlieue du métro a atteint 20,2 kilomètres.

Mais, si l'on fait exception de l'achèvement du prolongement de la ligne 13 au nord en 1952, la deuxième guerre mondiale a marqué un coup d'arrêt brutal de cette politique qui n'a plus disposé alors ni des moyens financiers ni du support politique nécessaires à sa continuation. Cet arrêt de l'extension du métro en banlieue a malheureusement duré plus de 15 ans, l'essentiel de la croissance des besoins de transport étant alors pris en charge par le réseau d'autobus.

Un tel processus ne pouvait manquer d'avoir des conséquences importantes au plan de la vie économique et de la capacité de développement de la région parisienne.

En effet, dans le même temps, la banlieue proche de Paris voyait sa population doubler à nouveau par rapport à 1931, pour atteindre aujourd'hui environ 4 millions d'habitants. En outre, le développement très important de la motorisation et des besoins d'espace entraînait une asphyxie croissante de Paris et de sa banlieue dense, cependant que l'urbanisation de la deuxième couronne se poursuivait rapidement, sa population atteignant actuellement près de 4 millions d'habitants.

La gravité du processus ainsi engagé a conduit les Pouvoirs Publics à concevoir, dans le cadre du District de la région parisienne, créé en 1961, le schéma directeur d'aménagement et d'urbanisme (SDAU) de la région de Paris. Ce document, établi en 1965, définissait le cadre dans lequel les Pouvoirs Publics se proposaient de contrôler la croissance de l'urbanisation, et d'aménager le fonctionnement de l'agglomération et de son cadre de vie. En ce qui concerne les transports en commun, il mettait l'accent sur le rôle structurant des infrastructures ferroviaires et sur la création du RER, mais insistait également sur la nécessité de donner la priorité aux transports collectifs pour les déplacements à l'intérieur de Paris et dans la proche banlieue dense.

Il n'évoquait pas la possibilité de reprendre l'extension du métro en banlieue, mais très logiquement cette idée, complémentaire des orientations du SDAU, s'est imposée à la fin des années 60, en même temps d'ailleurs qu'allait se créer et se développer le RER.

Cette relance a débuté par la réalisation, de 1970 à 1976, de 14,9 nouveaux kilomètres de métro (prolongements des lignes 3 à Gallieni, 8 à Créteil-Préfecture, 14 à Châtillon-Montrouge et jonction des lignes 13 et 14 dans Paris), dont 11,6 kilomètres en banlieue.

Elle a conduit à l'élaboration par la RATP, en 1973, d'un nouveau plan d'ensemble pour l'extension du métro en banlieue, qui constituait en quelque sorte une actualisation du plan de 1928.

1.2 Contenu et mise en oeuvre du plan d'extension du métro en banlieue

Ce plan comportait 10 prolongements, et a été complété par la suite par deux autres projets (figure 1 et tableau 3).

Il représente au total 42,6 kilomètres (à rapprocher des 31,8 kilomètres existant en banlieue avant sa mise en oeuvre) et 38 stations (à rapprocher des 38 existantes). Sa réalisation complète conduirait donc grosso-modo à un doublement de l'offre de transport métro en banlieue dense (tableau 2), qu'il convient de rapprocher du doublement de la population de la zone dense survenu depuis 1931.

- (1) - Les lignes sont repérées ici par leurs numéros ;
E = Est - N = Nord - S = Sud - W = Ouest

- (2) - Les chiffres entre parenthèses prennent en compte les stations aux portes de Paris, comportant un trafic important de rabattement autobus. Les autres chiffres excluent ces stations pour faciliter les comparaisons.

- (3) - Y compris les tronçons en cours de réalisation des lignes 5 et 7s.

- (4) - Y compris les tronçons terminaux non engagés des prolongements des lignes 7N et 13^b.

Limite de commune

Limite de département

— Ligne de métro existante

—●— Prolongements engagés (ou récemment réalisés)

—○— Autres prolongements



PLAN d'ENSEMBLE

7

RATP Direction des études générales - Février 1979

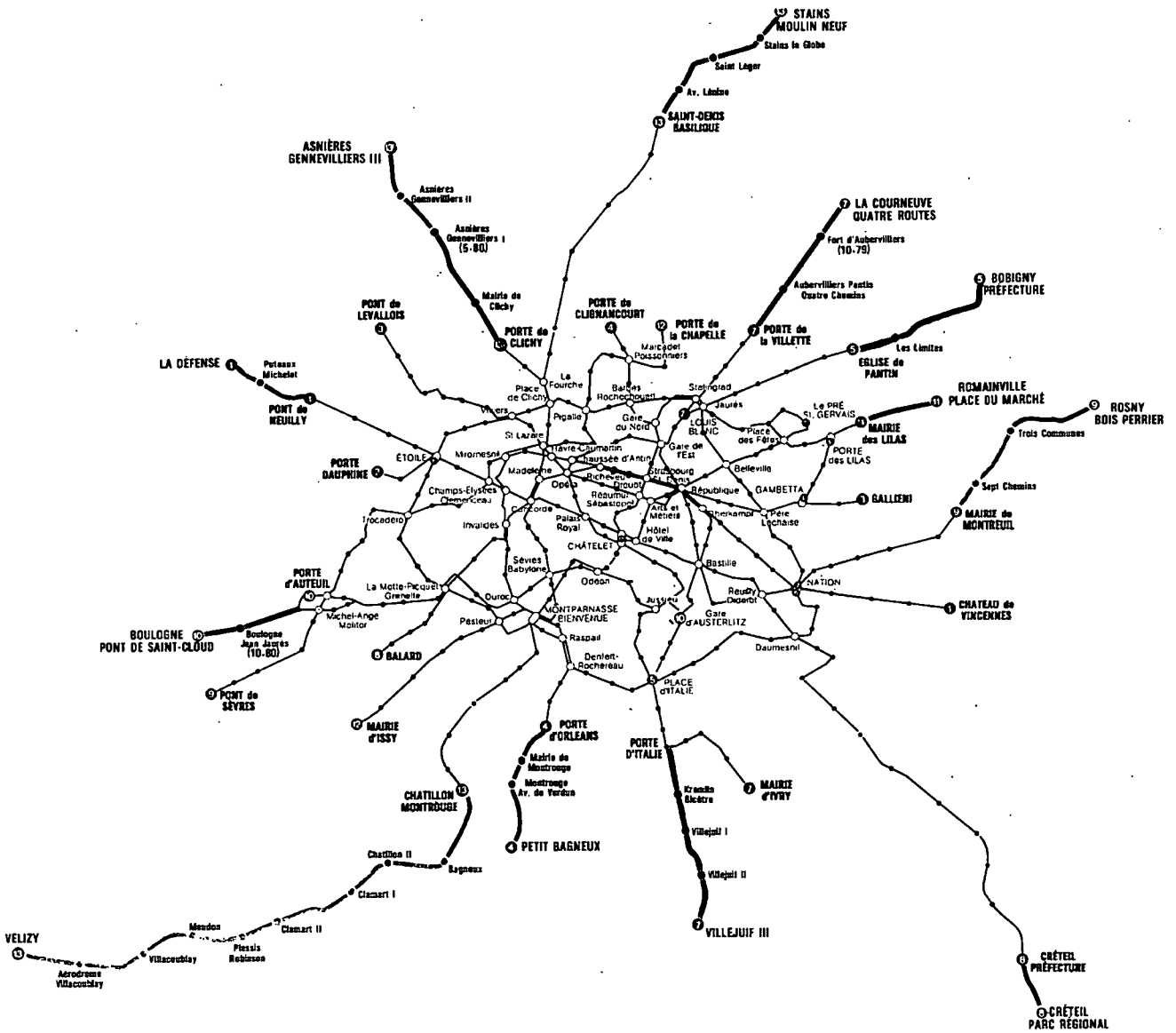


TABLEAU 2 : CARACTERISTIQUES GENERALES DES PROLONGEMENTS DE BANLIEUE

Caractéristiques	Longueur km	Nombre de stations	Population + emplois desservis en 1975			Entrants journaliers		
			Totaux	Par station	Par Kilomètre de ligne	Totaux	Par station	Par Kilomètre de ligne
Lignes (1)								
Lignes dans Paris entre L.2 - L.6 et la limite de Paris (2)	44,9	59 (83)	(202200)	(24 400)	(45 000)	(826800)	(10 000)	(18 400)
Lignes de banlieue antérieures à 1953 (1,3W,5,7,8,9,11,12 13 N)	20,2	26	693 000	26 600	34 300	340 100	13 100	16 800
Lignes de banlieue ouvertes de 1953 à 78 (3E,8,13N,13S)	11,6	12	226 900	18 900	19 600	85 700	7 100	7 400
Total des lignes de banlieue exis- tantes en 1978 :	31,8	38	919 900	24 200	28 900	425 800	11 200	13 400
Prolongements enga- gés ou récemment réalisés au titre du nouveau plan d'extension (5,7N, 7S,10,13b) (3)	14,5	12	412 950	34 400	28 500	134 700	11 200	9 300
Autres prolonge- ments du plan d'ex- tension (4) (1,4,7N,8,9,11,13b, 13N,13S)	28,1	26	526 250	20 200	18 700	187 300	7 200	6 700
Total Plan d'exten- sion 1973.	42,6	38	939 200	24 700	22 000	322 000	8 500	7 550

La réalisation de ce plan d'extension apporterait une solution très satisfaisante aux problèmes de desserte radiale de la banlieue dense de la région parisienne. Ce plan apparaît en effet économiquement cohérent avec les réalisations passées et en cours (desserte homogène avec les prolongements existants), équitable sur le plan social puisqu'il égalise les conditions de desserte entre les différents départements et zones de densité équivalente, unificateur sur le plan plus général de la vie de l'agglomération. Il permettrait en outre le développement de lignes de rocades, probablement en autobus, qui s'articulant sur les nouvelles stations renforceraient le maillage du réseau de transport en commun et amélioreraient sensiblement les conditions de déplacements à l'intérieur de la banlieue dense. Il constitue donc bien un objectif cohérent à terme.

En novembre 1973, ce plan était repris dans un rapport sur les transports urbains du secrétaire d'Etat après du Ministère des Transports, qui en recommandait la réalisation. Le 6 décembre 1973, au vu de ce rapport, un conseil interministériel restreint retenait comme prioritaires les prolongements des lignes 13 bis vers Asnières et Gennevilliers, 7 vers la Courneuve, 7 vers Villejuif et 5 vers Bobigny. A la demande du Conseil d'administration du District de la région parisienne, un cinquième prolongement, celui de la ligne 10 à Boulogne, a été inscrit en 1975 dans ce programme prioritaire.

Toutes ces opérations ont été à ce jour partiellement ou totalement engagées. Elles représentent au total 14,5 kilomètres et 12 stations, soit environ le tiers du programme physique initial, mais 44 % de celui-ci en termes de desserte des populations et emplois et 42 % en termes de trafics prévisibles.

Il est difficile aujourd'hui de prévoir ce que sera, au-delà de 1985, le rythme de mise en oeuvre de ce plan, tout aussi difficile d'indiquer les chances de réalisation effective de ces diverses composantes. On peut rappeler à cet égard que 24 ans ont été nécessaires à la mise en oeuvre du plan de 1928 et que 10 prolongements seulement sur les quinze qu'il comportait, ont été finalement réalisés.

Il convient de souligner en outre que les investissements à mettre en oeuvre apparaissent très importants (la totalité du plan représente en effet un investissement d'environ 7,5 milliards de francs 1980, sans prendre en compte les investissements effectués au titre du RER), ce qui, dans le contexte économique actuel, implique un étalement important des engagements effectifs, voire même, pour certains des projets concernés, une remise en cause possible du choix de la technologie.

1.3 - Comment définir une programmation du plan d'extension du métro en banlieue ?

Il apparaît ainsi que si l'intérêt global du plan de 1973 était manifeste, sa réalisation nécessitait que des priorités claires soient établies sur des bases suffisamment objectives pour recueillir en outre l'assentiment le plus large possible.

C'est à la définition de cette programmation que s'est attachée la RATP dans le document "extension du métro en banlieue" de 1979, en abordant la question dans une optique multicritère, de façon à comparer les différents prolongements sous tous leurs aspects.

Pour ce faire, six critères de comparaison ont été retenus. Ils ont été conçus de manière à exprimer le plus clairement possible la totalité des préoccupations des divers intervenants. Notons que rien ne permet de penser que ces derniers leur accordent la même importance relative.

Pour l'habitant, la première attente est celle d'être desservi ; le premier critère retenu est celui des "populations et emplois desservis par km de ligne". En fonction des résultats des enquêtes d'attractivité des stations de métro en banlieue effectuées par la RATP en 1974, on a considéré comme desservis les populations et emplois situés à moins de 1 000 m de marche à pied en distance réelle des stations de métro.

Pour l'exploitant, l'efficacité du métro est évidemment mesurée par le trafic qu'il attire ; le second indicateur calculé est donc le trafic prévisible "d'entrants journaliers par km de ligne".

Il existe un certain lien entre ces deux indicateurs, mais il peut varier d'un cas à l'autre. En effet le trafic total d'une ligne est la somme du trafic des voyageurs se rabattant à pied, fonction des populations et emplois desservis et du trafic de rabattement motorisé (autobus, 2 roues, voitures particulières), qui en est indépendant.

Du point de vue de la collectivité, il convient de tenir compte de ces deux premiers critères. Mais il faut aussi considérer les coûts : le troisième indicateur retenu est le "coût d'infrastructures par km de ligne".

L'intérêt global pour la collectivité de chaque projet, est mesuré par son taux de rentabilité socio-économique, qui agrège tous les coûts et avantages, dont une bonne part n'est pas directement prise en compte par les critères précédents (coûts d'exploitation, gains de temps des usagers, avantages liés aux reports modaux de la voiture particulière vers les transports en commun).

Mais ce taux de rentabilité ne tient pas compte des effets indirects des projets, qui peuvent être aussi très importants. C'est pourquoi deux critères complémentaires ont été considérés :

- le cinquième critère rend compte de l'intérêt du prolongement vis à vis de "l'organisation générale du réseau de transports en commun", dans le secteur considéré : rabattements par autobus, notamment de rocade, maillages avec d'autres rocades ferroviaires ou autoroutières ;

- le sixième critère concerne "l'effet structurant sur l'urbanisme" qui est apprécié notamment en fonction des orientations du schéma directeur d'aménagement et d'urbanisme de la région d'Ile de France.

Les indicateurs retenus pour les critères 1, 2, 3 et 4 sont quantifiables et leur valeur a été calculée pour chaque projet.

Par ailleurs les critères 5 et 6 sont difficilement quantifiables et on s'est contenté pour chacun d'eux de dresser directement un classement significatif.

Il va de soi que le choix des critères prête, dans toute hypothèse, matière à discussion. Les six critères présentés ici ont, de ce fait, été retenus après un examen attentif et raisonné du problème.

On aboutit alors au tableau 3 de comparaison, après avoir évalué chacun des projets sur chacun des critères.

Définir une programmation revient à élaborer un classement unique des opérations, à partir des données de ce tableau.

Une première approche simple pour y parvenir consiste à ne retenir pour chacun des critères que le classement qu'il donne pour les différentes opérations prises individuellement ou préalablement regroupées en sous-groupes homogènes ; un classement agrégeant les six critères peut alors être défini en faisant la somme des rangs obtenus pour chaque critère, pour les différentes opérations.

TABLEAU 3 : CARACTERISTIQUES DES EXTENSIONS PROJETEES DU METRO (1)

Critères	g1	g2	g3	g4	g5	g6
	Population + emplois desservis par kilomètre de ligne en 1975.	Trafic prévisible d'entrants aux stations nouvelles par kilomètre de ligne	Coût par Kilomètre de ligne (Millions de francs HT au 1.1.1978)	Taux de rentabilité interne (2).	Organisation du réseau de transports en commun (3)	Effet structurant sur l'urbanisme (3)
Lignes						
1 à la Défense *	82 900	26 500	270	8,7	1	1
4 à Petit Bagneux	32 800	11 600	180	6,4	9	9
5 à Bobigny	12 500	7 100	110	4,6	2	2
7 à la Courneuve (7N)	33 100	11 500	140	14,1	3	7
7 à Villejuif (7S)	24 000	11 200	160	12,0	8	5
8 à Créteil Parc Régional *	17 100	4 000	40	11,8	12	3
9 à Rosny Bois-Périer	14 200	3 700	130	3,9	7	10
10 à Boulogne	29 200	7 500	120	6,0	11	12
11 à Romainville	24 600	7 200	160	3,7	10	11
13 bis à Asnières-Gennevilliers (13b)	37 650	10 400	130	12,2	3	8
13 à Stains-Moulin Neuf (13N)	17 400	4 600	170	3,7	5	6
13 à Vélizy (13S)	14 100	3 000	90	5,8	6	4

* En supposant réalisée la totalité des programmes d'urbanisme prévus

(1) L'ensemble de ces calculs a été effectué sur la base des éléments connus en 1978, dont certains peuvent avoir évolué depuis.

(2) Les valeurs indiquées ici sont celles d'une grandeur corrélée au taux de rentabilité interne et non ce taux lui-même.

(3) Ces critères étant qualitatifs, le numéro d'ordre dans le classement (de 1 à 12 par ordre d'intérêt décroissant) tient lieu de valeur du critère.

Mais une telle approche, si "naturelle" qu'elle puisse paraître, s'appuie en fait sur des hypothèses non explicites et très discutables ; elle revient en effet à supposer tout d'abord que l'écart entre les rangs est le même pour tous les critères, ce qui est parfaitement arbitraire ; en outre, sans rentrer dans la discussion des poids à attribuer aux différents critères, elle consiste, puisqu'il s'agit d'une somme simple, à faire en fin de compte une équipondération, ce qui est tout aussi arbitraire.

Si une telle approche apparaît bien valable, malgré ses limites, lorsque l'on cherche à construire une référence, un point de départ pour élaborer d'autres classements (ce qui était bien le cas dans le dossier de 1979), elle ne permet pas pour autant à la RATP de jouer complètement son rôle.

En effet, s'il n'appartient pas à la RATP de décider de la programmation des infrastructures, elle devrait a contrario être à même de proposer aux décideurs des éléments de choix solidement étayés en dehors de ses propres jugements de valeur ou d'hypothèses implicites contestables.

En premier lieu, dans cette perspective, il est clair qu'il ne saurait y avoir, dans ce cas, de définition unique de la pondération à appliquer entre les divers critères, dans la mesure où aucune justification technique pour telle ou telle pondération ne peut être mise en avant et où il est probable qu'en cas d'interrogation des décideurs sur ce point, des avis divergents ne manqueraient pas d'être recueillis.

Ces constatations ont donc motivé la recherche d'une procédure qui permette, dans le cas où aucune pondération entre les critères ne peut être mise en avant, d'exploiter au mieux, sans hypothèses occultes, les données quantifiées des opérations, quitte à ne pas aboutir à un classement complet.

En second lieu, il faut souligner l'imprécision des données de base (compte tenu du caractère sommaire des calculs effectués et de la difficulté de faire des prévisions très fines dans une étude concernant le long terme) et le fait qu'elles découlent pour une part de conventions qui pourraient être légèrement modifiées.

Ces constatations ont motivé pour leur part la recherche d'une procédure qui prenne en compte cet aspect de manière plus directe et systématique que celle qui consiste à bâtir des sous-groupes, afin que les conclusions présentées soient effectivement solidement étayées.

La procédure finalement retenue est présentée dans la section suivante. L'interprétation des résultats auxquels elle conduit dans ce cas particulier ainsi que ce qu'on peut en attendre sur un plan plus général font l'objet d'une dernière section:

2. L'APPROCHE ELECTRE IV - PRINCIPES ET RESULTATS (1)

Schématiquement, la procédure mise au point consiste à :

- délimiter pour chacun des critères les marges d'incertitude liées aux calculs des valeurs les caractérisant. On déterminera ainsi, pour chacun d'eux, "un seuil d'indifférence" et un "seuil de préférence stricte" ;
- effectuer ensuite une comparaison paire par paire des différentes opérations en rapprochant les valeurs obtenues pour les différents critères. On définira alors des "relations de surclassement" non plus entre sous-groupes, mais opération par opération dans la mesure du possible ;
- rechercher enfin un classement aussi complet que possible des opérations à l'aide d'une procédure, sans pondération, qui mettra en évidence des "préférences objectives".

(1) Cette approche multicritère a fait l'objet d'une publication interne RATP GL 801 127 en juillet 1980 et sera décrite en outre très complètement, dans tous ses aspects mathématiques, dans un article à paraître. Elle ne sera donc décrite ici que sous une forme simplifiée.

Celle-ci s'inscrit dans la ligne des procédures de type ELECTRE (cf [5], [6] et [7]); de façon plus précise, complétée par les techniques d'analyse de sensibilité esquissées en Section 3, elle constitue la méthode ELECTRE IV.

2.1. - Seuils d'indifférence (q) et de préférence (p) pour un critère

Ainsi qu'indiqué précédemment, les valeurs prises par les critères pour chaque opération sont entachées d'une plus ou moins grande incertitude.

Pour prendre en compte directement cette incertitude, on est amené à définir, pour chacun des critères retenus, deux seuils q et p :

- le seuil q est le seuil d'indifférence : si deux opérations diffèrent, pour le critère considéré, de moins de q (que cette grandeur soit exprimée en valeur absolue ou relative), elles seront considérées, vis-à-vis de ce critère, comme "indifférentes" ; ce seuil q peut être interprété comme la marge d'incertitude minimale liée aux calculs effectués ;
- le seuil p est le seuil de préférence stricte : une opération n'est préférée strictement à une autre, pour le critère considéré, que si les valeurs atteintes par ce critère diffèrent de plus de p. Ce seuil p est naturellement supérieur ou égal à q ; il peut être interprété comme la marge maximale d'erreur liée aux calculs effectués.

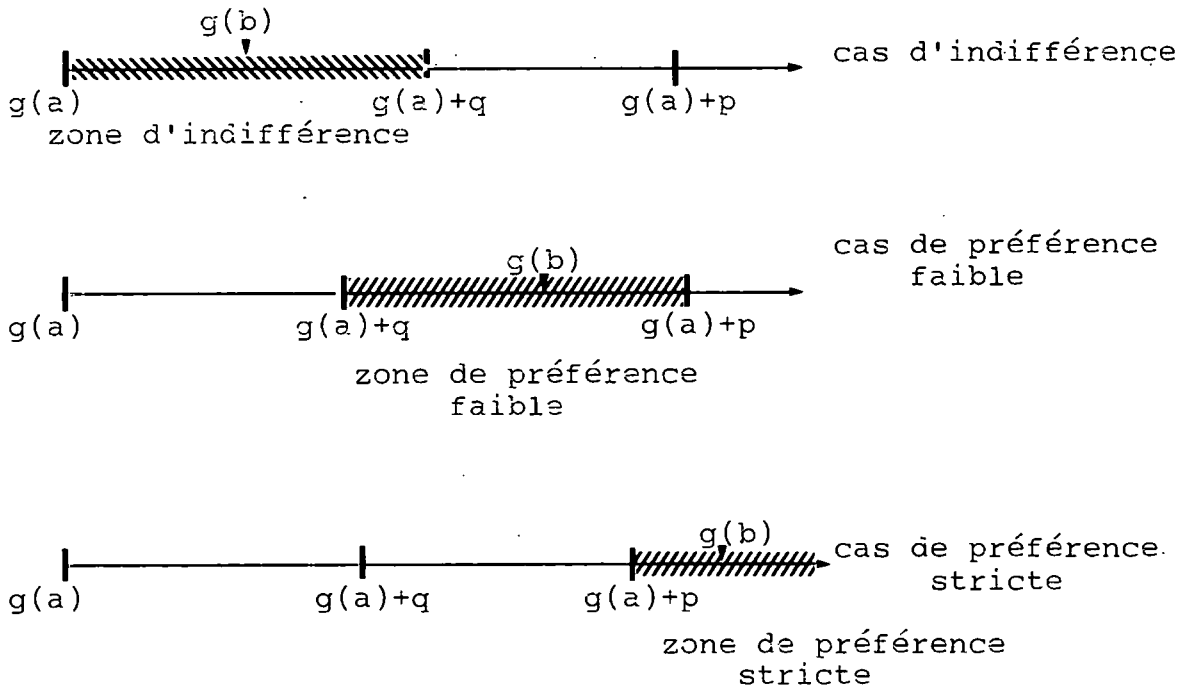
Ces seuils sont précisément définis et fixés de façon à ce que la comparaison de deux opérations a et b, sur un critère donné g, se traduise par l'une des trois situations décrites sur la figure 2, celles-ci concernant le cas où la préférence croît avec la valeur de g et où $g(b) \gg g(a)$:

- b est indifférente à a : écart entre les valeurs du critère concerné inférieur ou égal à q ;
- b est préférée faiblement à a : écart entre les valeurs du critère concerné supérieur à q mais inférieur ou égal à p ;

- b est préférée strictement à a : écart entre les valeurs du critère concerné supérieur à p.

Pour plus de précision sur ce mode de prise en compte des facteurs d'incertitude, d'imprécision, d'indétermination, le lecteur pourra se reporter à ROY-VINCKE ([9] - concept de pseudo-critère).

Figure 2 : Zones de préférence et d'indifférence



. Les seuils p et q indiqués ici sont des seuils constants en valeur absolue. Naturellement, les définitions resteraient les mêmes si p et q étaient des seuils constants en valeur relative.

. La zone de préférence faible doit être interprétée comme zone d'ambiguïté, de non probance.

+.+.+.+.+

Fixer les seuils relève autant d'une appréciation subjective que d'un calcul d'erreur au sens de la physique. Ces seuils ne sont pas des grandeurs expérimentales qu'il faudrait approcher au plus juste. Ce sont au contraire des grandeurs qu'il est commode, voire nécessaire, d'introduire pour refléter ce qu'il y a d'approximatif ou d'arbitraire dans les données. Le choix de la fonction seuil, tout comme celui des valeurs numériques qui la caractérisent ensuite, recèle par conséquent une part inévitable d'arbitraire (voir tableau 4).



Pour les 3 premiers critères, il était manifeste que l'effet des facteurs d'incertitude, d'imprécision, d'indétermination qui affectaient leur valeur était d'autant plus important que $g_j(a)$ était plus grand. L'hypothèse de proportionalité semblait dans ces conditions parfaitement justifiée. Pour g_4 en revanche, il nous a paru plus réaliste d'adopter des seuils constants en valeur absolue.

Pour ce qui est des 2 derniers critères, aucune des deux solutions précédentes ne nous a semblé convenir. En effet, le fait de numéroter les projets de 1 à 12 pour refléter la préférence n'implique nullement que les écarts de préférence entre deux projets consécutifs aient la même amplitude. Ainsi par exemple, pour g_5 , l'écart entre les projets 8 et 10 classés respectivement dernier et avant-dernier est apparu peu significatif (inférieur au seuil d'indifférence) alors que l'écart entre les projets 10 et 11 (projets venant juste avant) apparaissait plus important et a été jugé supérieur au seuil d'indifférence. Afin de traduire cette connaissance dans la définition des seuils, on a exploité le fait que, pour chacun de ces deux critères, on était en mesure de regrouper les projets en classes de telle sorte que deux projets étaient indifférents si et seulement si ils appartenaient à la même classe. Enfin, il est apparu que, en dépit de ces inégalités dans les écarts de préférence, un écart de trois rangs dans le classement d'ensemble entre opérations n'appartenant pas à la même classe, était, dans tous les cas, révélateur d'une préférence stricte.

Toutes les valeurs du tableau 4 ne sont évidemment que des ordres de grandeur. Il est donc important de vérifier que les résultats sont peu sensibles lorsque l'on fait varier ces chiffres dans des plages raisonnables (la valeur 0 sortant le plus souvent de ces plages raisonnables).

Tableau 4 : Critères, seuils et classements par critère

Les relations d'indifférence et de préférence sont indiquées pour les seules opérations adjacentes par les signes suivants :

- indifférence : pas de signe
- préférence faible : 
- préférence stricte : 

CRITERES	SEUIL q	SEUIL p	CLASSEMENTS
Population + emplois desservis en 1975 à moins de 1 000 m par kilomètre de ligne	10 %	20 %	1 13 ^b 7N 4 10 11 7S 13N 8 9 13S 5
Trafic prévisible d'entrants aux stations nouvelles par kilomètre de ligne	15 %	30 %	1 4 7N 7S 13 ^b 10 11 5 13N 8 9 13S
Coût par kilomètre de ligne	10 %	25 % (1)	8 13S 5 10 13 ^b 9 7N 7S 11 13N 4 1
Taux de rentabilité interne socio-économique	1 point	2,5 points	7 N 13 ^b 7S 8 1 4 10 13S 5 9 11-13N
Organisation du réseau de transports en commun	(2)	(3)	1 5 13 ^b 7N // 13N 13S 9//7S 4 11//10 8
Effet structurant sur l'urbanisme	(2)	(3)	1 5 8// 13S 7S 13N//7N 13 ^b 4// 9 11 10

7N = 7 au Nord
 7S = 7 au Sud
 13^b = 13 bis
 - = indique un ex-aequo
 // = indique la frontière entre sous-groupes

13N = 13 au Nord
 13S = 13 au Sud

(1) ce seuil important tient compte de l'évolution technique possible des projets
 (2) q = opérations du même sous-groupe
 (3) p = 3 rangs d'écart dans le classement d'ensemble

A titre d'illustration, pour le premier critère, on notera par exemple que la ligne 4 :

- est indifférente à la ligne 7 au nord ($\frac{33\ 100}{32\ 800} = 1,01 < 1,10$)

- préférée faiblement à la ligne 10 ($\frac{32\ 800}{29\ 200} = 1,12$ et $1,10 < 1,12 < 1,20$)

- préférée strictement à la ligne 11 ($\frac{32\ 800}{24\ 600} = 1,33 > 1,20$)

2.2 - Comparaison paire par paire pour l'ensemble des critères.

Surclassement

Considérons les deux projets 13^b et 11. Les données du tableau 3 montrent que, sur chaque critère, 13^b est au moins aussi bon que 11. Il s'ensuit que globalement (c'est-à-dire tous les critères réunis) la réalisation de 13^b est au moins aussi intéressante et donc au moins aussi urgente que celle de 11. On conçoit que, compte tenu du caractère approximatif des données, on pourrait arriver à une conclusion identique même si, pour 1 ou 2 critères, les performances de 11 étaient légèrement supérieures à celles de 13^b (par exemple $g_2(11) = 11\ 000$, $g_3(11) = 120$, $g_j(11)$ restant inchangé pour $j \neq 2,3$).

Par définition, b surclasse a dès l'instant où la comparaison de b et a conduit à mettre en évidence des preuves jugées suffisantes pour établir que la réalisation de b est au moins aussi justifiée et aussi urgente que celle de a.

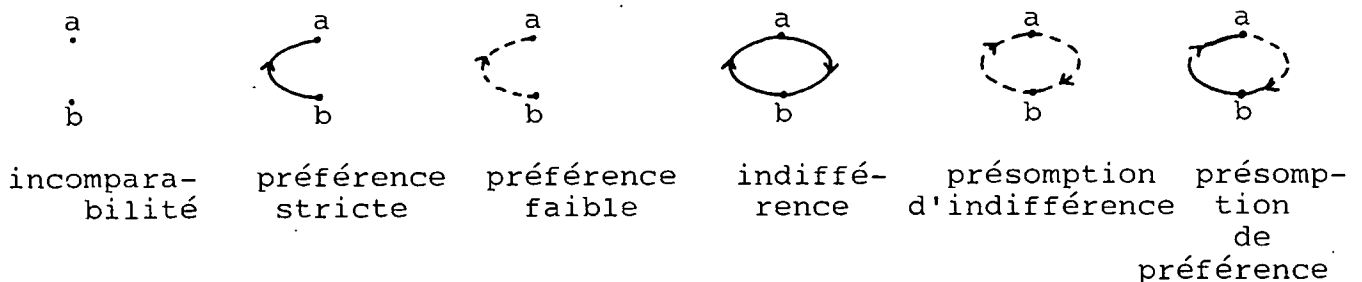
Dans la comparaison précédente de 13^b et 11, même en accroissant les performances de 11 jusqu'aux valeurs indiquées, il n'existe aucun élément clair et positif susceptible d'établir que 11 est au moins aussi justifié et urgent que 13^b . Pour ces deux projets, le surclassement a donc lieu dans un sens (13^b surclasse 11) mais pas dans l'autre.

Si a et b ont des performances voisines pour chacun des 6 critères, il est clair qu'on peut fort bien être amené à conclure que a surclasse b et b surclasse a. Ceci traduit une indifférence, autrement dit une priorité de même ordre.

Si au contraire les performances sont très contrastées (comme entre 1 et 5), c'est à dire tantôt fortement favorables à a, tantôt fortement favorable à b, alors globalement aucune conclusion ne s'impose de façon probante : on ne pourra donc affirmer ni a surclasse b, ni b surclasse a. Le lecteur vérifiera aisément que les 3 cas qui viennent d'être mis en évidence sont les seuls possibles. Pour rendre opératoire le concept de surclassement, il faut évidemment énoncer des règles destinées à caractériser les preuves qui seront regardées comme suffisamment claires et positives pour accepter un surclassement. Sans qu'il soit nécessaire d'entrer dans le détail de ces règles, il est évident que l'on peut classer plus ou moins haut le niveau d'exigence à partir duquel un argument sera ou non décrété probant. C'est dire que le surclassement peut être établi de façon plus ou moins crédible. Ici, nous distinguerons deux niveaux dans cette crédibilité : un surclassement fort ne prêtant pas à contestation et un surclassement faible un peu plus discutable.

En raison de ces deux niveaux de surclassement, la comparaison de a et b ne donne plus naissance à 3 cas seulement comme ci-dessus mais à 6 comme le montre la figure 3.

Figure 3 : Comparaison par paire - résultats possibles



Les conditions qui ont été ici retenues comme probantes pour le surclassement fort et le surclassement faible sont les suivantes :

- par définition b surclasse fortement a s'il n'existe aucun critère conduisant à préférer strictement a à b et si le nombre de critères qui conduisent à préférer faiblement a à b est inférieur

ou égal au nombre de critères qui conduisent à préférer b à a.

- par définition b surclasse faiblement a si :

- . ou bien il n'existe aucun critère qui conduise à préférer strictement a à b, mais la condition additionnelle requise pour le surclassement fort n'est pas remplie,
- . ou bien il existe un critère et un seul conduisant à préférer strictement a à b, mais l'écart reste inférieur au double du seuil de préférence p et de plus, pour la moitié des critères au moins, b est strictement préférée à a.

Il serait trop long de justifier ici ces règles qui ne sont pas les seules possibles. Des précisions seront données à ce sujet dans un article ultérieur traitant de la méthode ELECTRE IV (voir aussi [7bis]); cette méthode comporte une analyse de sensibilité vis-à-vis du choix de ces règles (cf section 3).

Une première présentation des résultats consiste à énumérer pour chaque opération les opérations qu'elle surclasse fortement ou faiblement (tableau 5).

Tableau 5 : Comparaison par paires

Opération (extension de la ligne n°..)	1	4	5	7N	7S	8	9	10	11	13b	13N	13S
		11	9	4	9			11	9	4	9	9
			13S	7S	11					7N		
				9	13N					7S		
Surclassement fort	-			10		-	-	/		9		
				11						10		
				13b						11		
				13N						13N		
Surclassement faible	4	13N	13N	5	10	9			10	5		
	11			13S	13S	13S	-	-			-	-
	13N											

Ce tableau doit se lire de la façon suivante :

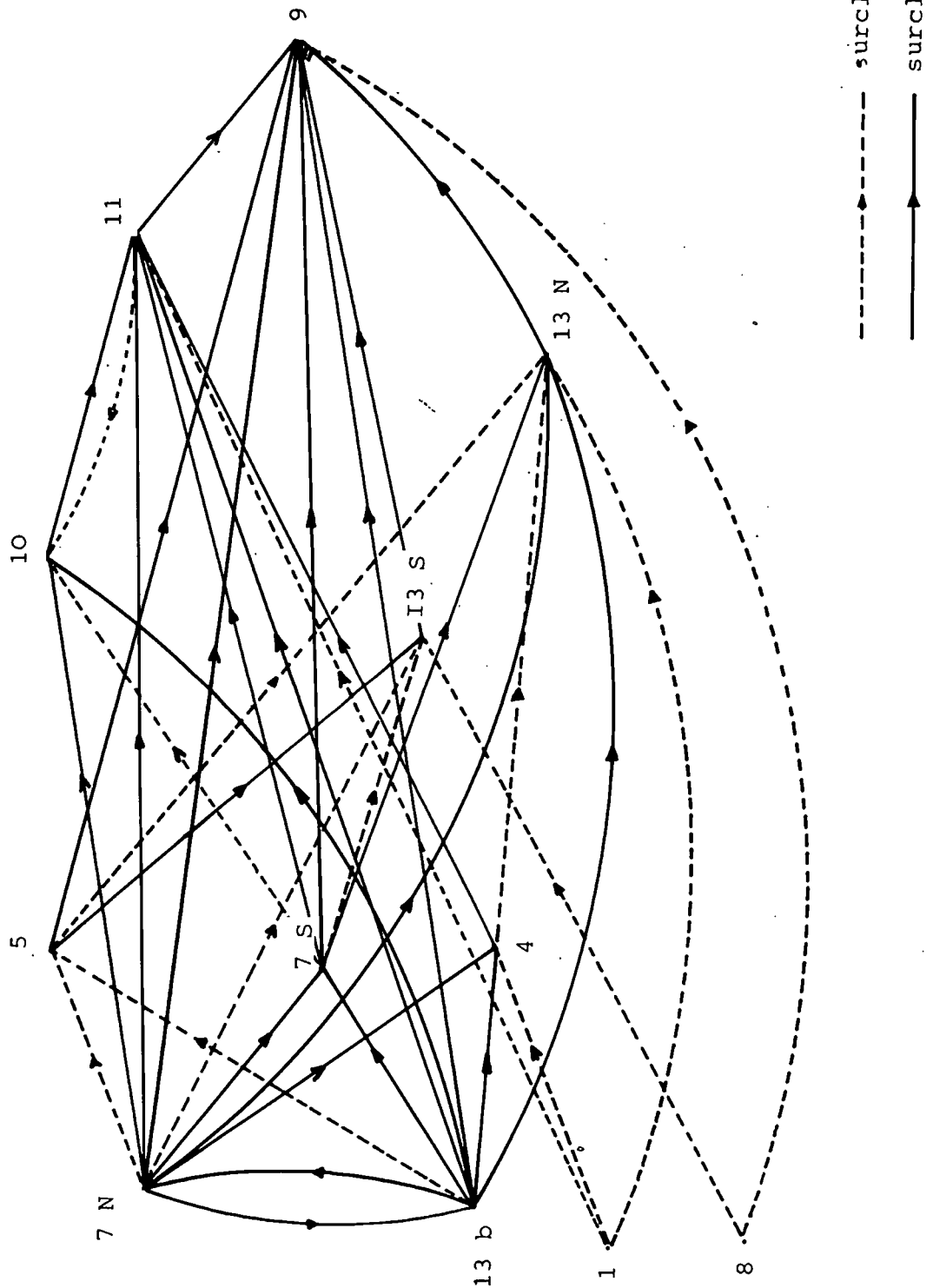
Par exemple pour ligne 5, l'opération "ligne 5" surclasse fortement les opérations "ligne 9" et "ligne 13 au sud" et faiblement l'opération "ligne 13 au nord". Elle ne surclasse aucune des autres opérations.

Sans aller plus loin, ce tableau peut déjà fournir une première base de discussion, les indications qu'il donne pouvant en effet être facilement justifiées à partir des données initiales des tableaux 3 et 4 sans même entrer dans le détail de la méthodologie adoptée.

On notera immédiatement que sur les 132 relations de comparaison par paires possibles, 37 seulement se traduisent finalement par des relations autres que l'incomparabilité.

Ce tableau peut être visualisé par un graphe, dit "graphe de surclassement", représenté figure 4.

Figure 4 : Graphe de surclassement



2.3 - Procédure de classement

La dernière étape de la méthode consiste à chercher à dégager un classement compatible avec les relations de surclassement mises en évidence. Différentes procédures sont concevables pour ce faire et ce n'est que dans la mesure où elles conduisent à des résultats voisins que ce classement aura une signification.

Dans cet esprit, on recherchera deux classements extrêmes dont le "noyau dur", constitué par leur partie commune, représentera le résultat le plus significatif.

La démarche adoptée est la suivante :

- on calcule, pour le surclassement fort, la "qualification" de chacune des opérations, différence entre le nombre d'opérations qu'elle surclasse ("puissance") et le nombre d'opérations par lesquelles elle est surclassée ("faiblesse").

Les résultats obtenus sont indiqués tableau 6.

Tableau 6 : Qualification des opérations

Opération (extension de la ligne n°..)		1	4	5	7N	7S	8	9	10	11	13b	13N	13S
Surclassement fort seul	puissance	0	1	2	7	3	0	0	1	1	7	1	1
	faiblesse	0	2	0	1	2	0	7	2	5	1	3	1
	qualifica- tion	0	-1	2	6	1	0	-7	-1	-4	6	-2	0

- on établit ensuite deux classements complets des opérations :

- le premier, sur la base d'une procédure "descendante" : on retient d'abord l'opération de plus grande qualification, classée première. On la retire et on modifie ensuite en conséquence les qualifications des opérations restantes ; on sélectionne alors l'opération de plus grande qualification, classée deuxième, et ainsi de suite jusqu'à l'opération classée dernière ;

- . le second sur la base d'une procédure "ascendante" : on retient d'abord l'opération présentant la plus faible qualification, classée dernière ; la procédure est ensuite la même que précédemment jusqu'à l'opération classée première.

Pour plus de précisions, on pourra se reporter à ROY ([7], technique de distillation).

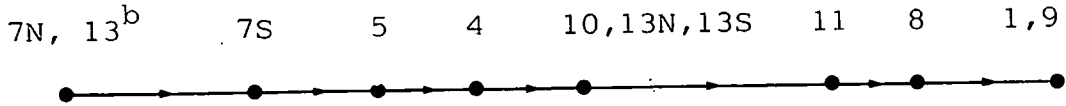
Dans les deux cas, la relation de surclassement faible n'est utilisée ponctuellement que pour départager les ex-aequo : on s'intéresse alors au seul sous-groupe d'opérations ex-aequo, pour lequel on recalcule la qualification des différentes opérations concernées, en prenant cette fois en compte les relations de surclassement faible qui peuvent exister entre elles. Selon les cas, on retient alors la (ou les) opération (s) de plus grande ou plus petite qualification (1).

(1)

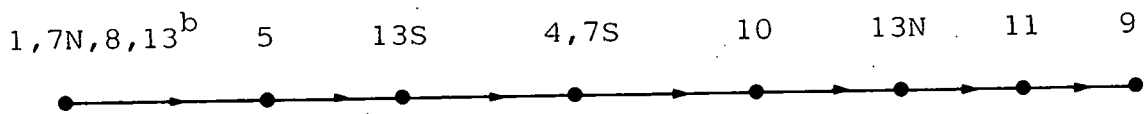
Pour plus de précisions, le lecteur pourra se reporter à la note RATP GL 801 127 précitée. Il y trouvera notamment le détail de tous les calculs.

Les deux classements obtenus peuvent se représenter par les graphes de la figure 5.

Figure 5 : Classement descendant



Classement ascendant

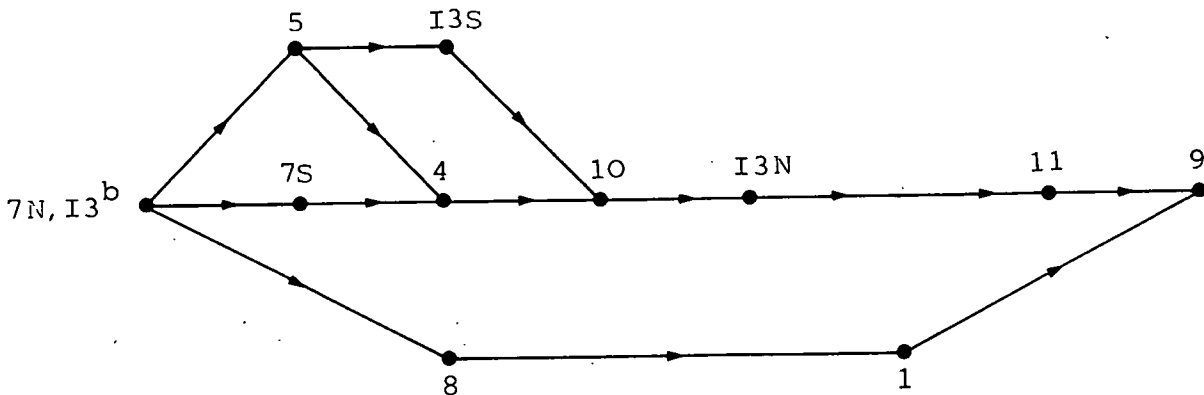


La préférence est indiquée par une flèche allant vers l'opération la moins bien classée. Il y a naturellement transitivité.

Le classement final s'obtient en prenant l'intersection (au sens mathématique du terme) des deux classements obtenus par les procédures descendante et ascendante.

Le classement final peut se représenter par le graphe figure 6.

Figure 6 : GRAPHE DE PREFERENCE FINAL



Ce graphe est transitif (7N avant 5, 5 avant 13S \Rightarrow 7N avant 13S). Les opérations non reliées par un arc ou un chemin (succession d'arcs) sont incomparables (5 et 7S, 4 et 8...).

3 INTERPRETATION ET CONCLUSION

3.1 - Premier examen

Examinons le graphe de la figure 6 afin d'étudier dans quelle mesure il confirme ou infirme les conclusions auxquelles les intervenants du processus de décision étaient progressivement parvenus dans le passé.

Un premier résultat saute aux yeux : les projets 1 et 8 doivent être mis à part car non comparables à la plupart des autres. Ceci recoupe les opinions contradictoires qui ont été exprimées à leur sujet. Un retour au tableau 3 permet de comprendre que, pour comparer ces projets aux autres, il faille prendre appui sur des jugements de valeur concernant l'importance relative des critères.

En tête du classement, on trouve tout d'abord 7N et 13^b ex-aequo puis deux projets incomparables : 5 et 7S (tous deux prioritaires par rapport à 4). Le 6 décembre 1973, un conseil interministériel restreint retenait comme prioritaires 4 des 12 projets : 5, 7N, 7S, 13^b. Ils ont tous été engagés à ce jour. En revanche, aucun des 3 projets 9, 11 et 13N formant la queue du classement n'a été engagé à ce jour et, qui plus est, des études comparatives approfondies portant sur le choix du mode à propos des liaisons concernées ont été reconnues nécessaires.

Il faut toutefois noter que si les projets 13^b et 7N ont bien été engagés en premier (respectivement en 1974 et 1975), les projets 5 et 7S l'ont été beaucoup plus tard et bien après le projet 10. Celui-ci en effet, à la demande du Conseil d'administration du district de la Région Parisienne, avait été décrété prioritaire en 1975 et engagé cette même année au titre du plan de développement de l'économie. Il y a là une inversion flagrante par rapport au classement de la figure 6. Ce sont en fait des considérations extérieures à celles prises en compte dans les critères g_1 à g_6 qui ont motivé cette décision de 1975. Cette dernière a toutefois suscité des oppositions de la part de plusieurs intervenants qui la considéraient comme insuffisamment justifiée.

Enfin, le conseil régional d'Ile-de-France, dans son dernier plan triennal (pour les années 1978 à 1980), a inscrit dans cet ordre de priorité les projets 7S (engagé en 1979), 5 (engagé en 1981), 4 et enfin 13S (au titre de projet substituable). Ceci recoupe parfaitement les priorités représentées figure 6.

3.2 - Analyse de sensibilité

Il nous faut maintenant revenir sur deux points de la méthode qui méritent discussion comme nous l'avons souligné aux paragraphes 2.1 et 2.2. D'une part, tout en prenant appui sur les mêmes principes, les conditions à satisfaire pour accepter le surclassement auraient pu être définies de façon légèrement différente et de manière à discriminer plus de deux niveaux dans la crédibilité de ce surclassement. D'autre part, des valeurs numériques quelque peu différentes auraient pu être adoptées pour caractériser les fonctions seuils. Ce n'est en effet que dans la mesure où les résultats précédents sont peu sensibles à la part d'arbitraire que recèlent les choix effectués que ces résultats pourront être jugés solidement établis et surtout que les constatations faites au 3.1 pourront être regardées comme probantes quant à la pertinence de la méthode.

Une analyse de sensibilité a été effectuée sur ces bases et a conduit à élaborer trente deux préordres partiels (cf GROUSSAUD et LE GALES [3]). Nous nous bornerons ici à rapporter les conclusions de cette analyse.

En dépit de multiples divergences locales, on relève une remarquable stabilité sur les points suivants :

- dans les 31 nouveaux préordres, les projets 1 et 8 demeurent comparables aux seuls projets de tête et de queue ;
- dans presque tous les cas, 7N et 13^b restent ex-aequo et meilleurs que tous les autres projets et, lorsqu'il n'en est pas ainsi, l'un des deux projets 7N ou 13^b reste meilleur que tous les autres (l'autre venant alors en second, en position éventuellement incom-

- parable à certains projets) ;
- immédiatement après cette tête de classement, on trouve toujours 5 et 7S en position incomparable ; lorsque 7N vient avant 13^b, 5 et 7S peuvent venir immédiatement après 7N, en position incomparable à 13^b ;
 - les projets 13S et 13N s'intercalent systématiquement et toujours dans cet ordre entre les 4 projets précédents et ceux formant le groupe de queue ;
 - les projets 11 et 9 demeurent dans tous les cas en queue de classement, le plus souvent dans cet ordre, sinon en position incomparable ;
 - enfin, les projets 4 et 10 sont les seuls dont la position est instable ; au mieux, ils viennent immédiatement après 5 et 7S ; au pire, ils se situent dans le groupe de queue ; leur position relative est elle-même fluctuante.

3.3 - Conclusion et remarques finales

En conclusion, l'analyse des 32 préordres partiels obtenus confirme la solidité des résultats énoncés au 3.1, sauf en ce qui concerne les projets 4 et 10, dont le classement est plus sujet à caution que ne le laisse croire le préordre partiel de la figure 6. On peut estimer que la méthode proposée, appliquée ici a posteriori, est ainsi validée par la confrontation des résultats auxquels elle conduit avec la synthèse multicritère qui s'est finalement opérée par des confrontations longues et successives entre les divers intervenants dans la décision.

Sur un plan plus général, en ce qui concerne l'utilisation d'une telle méthode, il convient de souligner :

- que cette procédure ne peut prétendre naturellement à dresser un ordre complet, "objectif", qui s'impose à tous. Si elle s'affranchit en effet du problème de la pondération des critères, ce n'est qu'au prix de l'incomparabilité de certaines opérations. Elle constitue cependant un progrès important par rapport aux procédures plus "naïves", dans la mesure où les "flous" mis en évidence présentent dans ce cas en eux-même une signification indépendante d'une quelconque pondération.

- qu'a contrario, cette procédure permet de dégager clairement le "noyau dur" du classement, sur la base de groupes et d'opérations bien différenciés, celui-ci devant servir de base de discussion susceptible de faciliter l'évolution du processus de décision.
- que les résultats fournis par la méthode ne peuvent jouer ce rôle que si un minimum de consensus a été réalisé sur la famille de critères.

Il est clair dans ces conditions que ce type d'approche est intermédiaire entre les études qui prétendent dégager un optimum par une approche coûts-bénéfices ou par explicitation d'un quelconque critère unique (cf BARBIER [1]) et les études plaidoyers (cf GRETU [2]) qui se présentent comme conçues pour défendre les intérêts d'un parti ou les thèses d'un des protagonistes.

C'est pourquoi, un large champ d'application semble ouvert à cette méthode ELECTRE IV, qui, si elle s'appuie sur des concepts et un raisonnement mathématique rigoureux, n'en conserve pas moins, dans son principe, un caractère de relative simplicité.

Il semble donc qu'on puisse parfaitement envisager l'application à de multiples problèmes de programmation et de planification, étant donné en particulier que son caractère multicritère correspond tout à fait aux préoccupations actuelles des Pouvoirs publics en matière d'évaluation des projets.

REFERENCES

- [1] BARBIER M. - Essai de rationalisation du choix des investissements de transport pour le VI^e Plan en Région Parisienne. Cahiers de l'IAURP, Volume 25, 1971.
- [2] G.R.E.T.U. - Une étude économique a montré ... Mythes et réalités des études de transport. Editions Cujas, 1980.
- [3] GROUSSAUD G., LE GALES C. - Représentation des préférences dans un contexte multicritère à l'aide de relations de surclassement emboîtées. Mémoire de DEA, Université de Paris-Dauphine, 1980.
- [4] GUIGOU J.L. - Méthodes multidimensionnelles - Analyse des données et choix à critères multiples. Dunod, 1977.
- [5] MONTGOLFIER J. de, BERTIER P. - Approche multicritère des problèmes de décision. Edition Hommes et Techniques, 4^e trimestre 1977.
- [6] ROY B. - Mathématique et décision en sciences du management. Sciences et Techniques, Revue de l'Ingénieur publiée par la Société des Ingénieurs Civils de France, n° 44, septembre 1977.
- [7] ROY B. - ELECTRE III : Un algorithme de classements fondé sur une représentation floue des préférences en présence de critères multiples. Cahiers du Centre d'Etudes de Recherche Opérationnelle (Belgique), Vol. 20, n° 1, 1978.
- [7 bis] ROY B., HUGONNARD J.C. - Ranking of suburban line extension projects on the Paris metro system by a new multicriteria method. Transportation Research, Part A, à paraître.
- [8] ROY B., JACQUET-LAGREZE E., BLANCHER M., BOULVIN Y., GODARD X. - Elaboration de critères permettant une intégration des divers aspects liés au temps dans l'aide à la décision en matière de transports. DGRST-SAEI, ATP Socio-Economie des Transports - 1^{ère} phase : août 1975 ; 2^e phase : juin 1977.
- [9] ROY B, VINCKE P. - Multicriteria analysis - Survey and new directions, European Journal of Operational Research, Volume 8, No. 3, Novembre 1981, p. 207-218.