

ELECTRE IV :
UNE ANALYSE MULTICRITÈRE AGRÉGÉE LIMITÉE*

PAR LAURENT GARGAILLO
DOCTEUR EN ÉCONOMIE
DES TRANSPORTS

Cette communication n'engage que son auteur et non l'organisme auquel il appartient.

Depuis plusieurs années, la volonté d'appréhender l'ensemble des effets des projets de transport sur la collectivité s'est affirmée et cela s'est traduit par la nécessité d'utiliser des critères multiples pour leur évaluation. Pour répondre au problème d'évaluation qui était ainsi posé, plusieurs méthodes se sont développées : on peut évoquer l'Analyse Coût Avantage qui est sans doute la méthode la plus utilisée, et qui a permis d'intégrer des aspects différents mais au prix d'hypothèses fortes, et de contraintes quant au calcul des critères. Mais d'autres méthodes ont été développées dont certaines se voudraient plus ambitieuses. Parmi celles-ci, la méthode Electre IV se présente comme intégrant des critères quantitatifs mais aussi qualitatifs et est conçue pour s'affranchir de la pondération.

Nous voudrions apporter quelques éléments d'appréciation sur cette méthode. Mais avant, il faut rappeler les raisons du choix d'Electre IV :

- Electre IV est donc la quatrième des méthodes Electre (plus de 12 ans sépare Electre I d'Electre IV) et c'est sans doute la plus élaborée,
- elle permet d'agréger les critères sans avoir de pondération (elle a même été conçue pour),
- elle a été conçue aussi pour des situations où les décideurs sont difficilement déterminables,
- elle est présentée comme pouvant avoir de multiples applications,

* Cet article reprend nos thèses formulées dans un article précédent publié dans "les cahiers scientifiques de la revue Transport" n° 6 pour les expliciter et les compléter.

- c'est une méthode qui permet de donner un classement complet des variantes.

De plus, ses caractéristiques lui ont valu d'être appliquée à un problème d'évaluation pour les transports collectifs urbains de Paris et le plus grand réseau de France, la R.A.T.P, l'a donc intégrée dans ses méthodes d'évaluation. Cet ensemble de raisons nous a conduit à nous interroger sur la capacité de cette méthode à répondre au problème de l'évaluation qui est posé.

Après une présentation rapide de la méthode à travers l'application qui en a été faite à la RATP par MM. ROY et HUGONNARD, nous présenterons les réflexions que cette méthode nous a inspirées.

1 - Une méthode multicritère agrégée : Electre IV

Il nous semble nécessaire de faire une présentation rapide de cette méthode, en reprenant l'application qui en a été faite dans les transports collectifs urbains.

Electre IV a été utilisée à définir une programmation du plan d'extension du métro en banlieue (1) sur la base de six critères :

- population d'emplois desservis par km de ligne,
- entrants journaliers par km de ligne,
- coût d'infrastructures par km de ligne,
- taux de rentabilité socio-économique,
- intérêt du prolongement vis-à-vis de l'organisation générale du réseau de transport collectif,
- effet structurant sur l'urbanisme.

Seuls les quatre premiers critères sont quantifiables et pour les deux derniers, un classement a été établi. Douze prolongements de ligne ont été retenus dont les caractéristiques sont présentées dans le tableau de la page suivante.

Schématiquement, la procédure consiste à définir deux seuils p et q, pour une part arbitraire pour chacun des critères tels que la différence entre deux variantes sur un même critère soit considérée :

- non-significative si inférieur à q (marge d'incertitude minimale), ce qui entraîne l'indifférence entre les deux variantes,
- significative si comprise entre q et p (marge d'incertitude maximale), ce qui entraîne une préférence faible,
- très significative si supérieure à p, ce qui entraîne une préférence stricte.

(1) cf. J.C. HUGONNARD, B. ROY. Le plan d'extension du métro en banlieue parisienne, un cas type de l'analyse multicritère. Les cahiers scientifiques de la revue Transports n° 6, p. 77 et suivantes.

TABLEAU : CARACTERISTIQUES DES EXTENSIONS PROJETEES DU METRO (1)

Critères	g1	g2	g3	g4	g5	g6
Lignes	Population + emplois desservis par kilomètre de ligne en 1975	Trafic prévisible d'entrants aux stations nouvelles par kilomètre de ligne	Coût par kilomètre de ligne (Millions de francs HT au 1.1.1978)	Taux de rentabilité interne (2)	Organisation du réseau de transports en commun (3)	Effet structurant sur l'urbanisme (3)
1 à la Défense *	82 900	26 500	270	8,7	1	1
4 à Petit Bagneux	32 800	11 600	180	6,4	9	9
5 à Bobigny	12 500	7 100	110	4,6	2	2
7 à la Courneuve (7M)	33 100	11 500	140	14,1	3	7
7 à Villejuif (7S)	24 000	11 200	160	12,0	8	5
8 à Créteil Parc Régional *	17 100	4 000	40	11,8	12	3
9 à Rosny Bois-Parrier	14 200	3 700	130	3,9	7	10
10 à Boulogne	29 200	7 500	120	6,0	11	12
11 à Romainville	24 600	7 200	160	3,7	10	11
13 bis à Asnières-Gennevilliers (13B)	37 650	10 400	130	12,2	3	8
13 à Stains-Noulin Neuf (13N)	17 400	4 600	170	3,7	5	6
13 à Vélizy (13S)	14 100	3 000	90	5,8	6	4

* En supposant réalisée la totalité des programmes d'urbanisme prévus

- (1) L'ensemble de ces calculs a été effectué sur la base des éléments connus en 1978, dont certains peuvent avoir évolué depuis.
- (2) Les valeurs indiquées ici sont celles d'une grandeur corrélée au taux de rentabilité interne et non ce taux lui-même.
- (3) Ces critères étant qualitatifs, le numéro d'ordre dans le classement (de 1 à 12 par ordre d'intérêt décroissant) tient lieu de valeur du critère.

Il faut ensuite effectuer une comparaison paire par paire des différentes opérations par la définition de deux relations de surclassement :

- Surclassement fort de b sur a s'il n'existe aucun critère conduisant à préférer strictement a à b et si le nombre de critères qui conduit à préférer faiblement a à b, est inférieur ou égal au nombre de critères qui conduisent à préférer b à a.

- Surclassement faible s'il n'existe aucun critère qui conduit à préférer strictement a à b ou s'il existe un critère et un seul conduisant à préférer strictement a à b, mais l'écart restant inférieur ou double du seuil de préférence p et de plus, pour la moitié des critères au moins, b étant strictement préférée à a.

Il faut présenter ensuite, dans un tableau, les variantes surclassées par chaque variante et constituer un graphe de surclassement. Pour l'application type, ce tableau a été :

Tableau : Comparaison par paires

Opération (extension de la ligne n°...)	1	4	5	7N	7S	8	9	10	11	13b	13N	13S
		11	9	4	9			11	9	4	9	9
			13S	7S	11					7N		
				9	13N					7S		
Surclassement fort	-			10		-	-			9		
				11						10		
				13b						11		
				13N						13N		
Surclassement faible	4	13N	13N	5	10	9			10	5		
	11			13S	13S	13S	-	-			-	-
	13N											

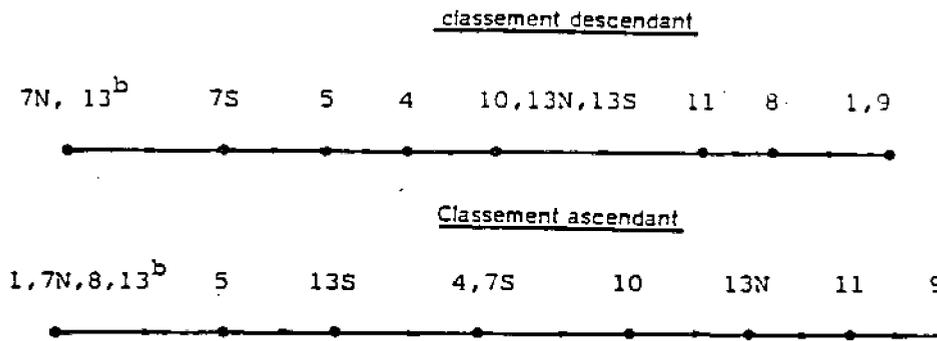
Ce tableau doit se lire de la façon suivante :

Par exemple pour ligne 5, l'opération "ligne 5" surclasse fortement les opérations "ligne 9" et "ligne 13 au sud" et faiblement l'opération "ligne 13 au nord".

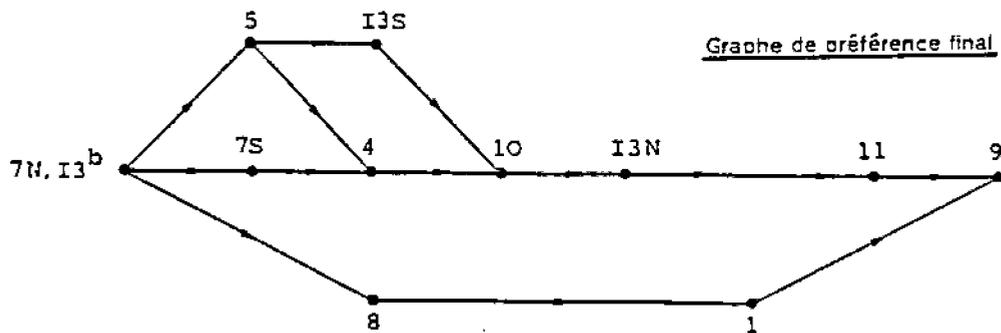
Elle ne surclasse aucune des autres opérations.

Enfin, il faut rechercher un classement par les procédures de distillation ascendante et descendante : on calcule pour chacune des variantes la différence entre le nombre de variantes qu'elle surclasse et le nombre de variantes pour lesquelles elle est surclassée. Pour la procédure descendante, on retient la variante ayant la différence

positive la plus grande, on la retire et on continue. Pour départager les ex-aequo, on utilise les surclassements faibles. Pour la procédure ascendante, on commence par la variante ayant la différence la plus basse et on continue. Le classement final étant donné par l'intersection (au sens mathématique du terme) des deux classements obtenus par les procédures descendante et ascendante et il peut être représenté par un graphe tel que celui-ci correspondant à l'application-type (une analyse de sensibilité pouvant compléter cette méthode) :



La préférence est indiquée par une flèche allant vers l'opération la moins bien classée. il y a naturellement transitivité.



Nous renverrons le lecteur à l'article cité qui donne une présentation plus complète pour nous intéresser aux limites de cette méthode.

2 - La méthode Electre IV et ses limites

J.C. HUGONNARD et B. ROY nous proposaient dans cet article (1) cette méthode d'évaluation permettant de classer des variantes en fonction de critères multiples à l'aide d'une méthodologie particulière :

- comparaison par paire,
- graphe,
- distillation,
- classement.

(1) cf. J.C. HUGONNARD, B. ROY. Le plan d'extension du métro en banlieue parisienne, un cas type de l'analyse multicritères. Les cahiers scientifiques de la revue Transports. N° 6, p. 77 et suivantes.

Il nous a paru nécessaire de répondre à cet article pour souligner les limites de cette méthode (1) et nous reprendrons cette réponse pour l'explicitier, ce qui constituera notre réponse à la "réponse" qui nous a été faite (2).

Nous reprendrons les trois qualitatifs qui peuvent résumer la réponse qui sera développée dans les pages suivantes : technocratique, défaillante et instable.

2.1 Une méthode technocratique

La pondération des critères est problématique pour les méthodes multicritères agrégées et lorsqu'il n'y a pas de justification technique pour une pondération, il n'y a pas de pondération unique et la pondération ne peut être donnée que par le décideur (3).

Electre IV est présentée comme une méthode évitant la pondération, mais qu'en est-il exactement ? Au niveau de la relation de surclassement, tous les critères sont considérés comme équivalents : pour que "b surclasse fortement a", il ne faut pas qu'il existe un critère tel qu'il soit pour lequel "a est préféré à b". Donc, aucun critère n'a une pondération nulle et tous ont une pondération déterminante dans le sens opposé : on peut donc considérer à partir de cet élément que les critères sont équivalents devant cette relation de surclassement. De plus, le nombre de critères s'opposant faiblement à ce surclassement doit être inférieur ou égal au nombre de critères qui lui sont favorables. Mais, à partir du moment où on compte ces critères, sans distinction, pour comparer le nombre de critères favorables et défavorables, on opère une agrégation et donc une pondération : il s'agit d'une pondération particulière qui est une pondération équivalente pour chaque critère, en l'occurrence de un (il en est de même pour le surclassement faible). Cette relation de surclassement est une extension de la notion de dominance, comme l'affirment ROY et HUGONNARD dans leur réponse, mais cette extension permet-elle de conserver les propriétés particulières de la dominance ?

La définition de la dominance est :

$$a' \text{ domine } a \iff g_j(a') > g_j(a), \forall j.$$

(1) cf. L. GARGAILLO. Réponse à l'article "le plan...". Les cahiers scientifiques de la revue Transport. N° 7.

(2) cf. J.C. HUGONNARD, B. ROY "Réponse à L. GARGAILLO". Les cahiers scientifiques de la revue Transport n° 7.

(3) A notre avis, le technicien ne doit jamais se substituer au décideur, même dans les rares cas où il n'y a pas consensus, sinon il transgresse sa fonction en jouant le rôle d'arbitre suprême. Par ailleurs, il est nécessaire que la méthode d'évaluation soit adaptée aux décideurs pour leur permettre de maîtriser le mécanisme d'agrégation et donc de donner une pondération. Une méthode ne remplissant pas une telle condition ne saurait constituer une aide à la décision.

Dans ce cas, le problème de la pondération ne se pose pas car pour qu'il y ait dominance, il faut que la variante a' soit supérieure ou égale à la variante a pour tout j, c'est-à-dire pour tous les critères, donc quelle que soit la pondération affectée à ces critères (l'unanimité rend inutile la pondération). Mais la dominance n'a aucun rapport avec la relation de surclassement d'Electre IV où on accepte qu'il y ait un surclassement fort de b sur a alors que a peut s'opposer faiblement à b sur n critères (la condition d'unanimité n'est plus conservée) et que c'est le nombre de critères favorables comparé au nombre de critères défavorables qui tranche, donc le poids des critères favorables comparé au poids des critères défavorables, donc la pondération.

Pour Electre IV, nous n'avons pas :

$$a' \text{ surclasse } a \iff g_j(a') > g_j(a), \forall j$$

car lorsqu'on prend la relation dans ses deux sens possibles :

- au sens strict, on peut avoir a' surclasse fortement a, alors que pour un ou plus d'un critère, la valeur de a est supérieure à celle de a',

- au sens large, on peut avoir a' surclasse fortement a, alors que pour un ou plus d'un critère, a est préféré faiblement à a'.

La règle de l'unanimité ne s'applique donc pas à la relation de surclassement d'Electre IV (on aurait pu faire la même remarque avec la relation de surclassement faible). La règle de la dominance implique un processus parétien, non intégré dans la relation de surclassement définie dans Electre IV. Pour s'en convaincre, il suffit de prendre un exemple : soit un ensemble de deux variantes et de trois critères (avec $q = 10\%$ et $p = 20\%$) (tableau 1).

Variantes \ Critères	Critères		
	1	2	3
A	20	20	17
B	17	17	20

Tableau 1

Variantes \ Critères	Critères				
	1	2	3	3bis	3ter
A	20	20	17	17	17
B	17	17	20	20	20

Tableau 2

La variante A surclasse fortement la variante B. Mais si on dédouble deux fois le critère 3, ou si on le pondère par trois ou si on ajoute deux critères ayant les mêmes caractéristiques (tableau 2), la variante B surclassera fortement la variante A, ce qui n'était pas vrai dans le premier exemple. Dans une relation de dominance, il est possible de pondérer n'importe quel critère, sans que cela puisse altérer la relation de dominance d'où l'inutilité de la pondération. La relation de surclassement qui adopte donc une pondération implicite, ne peut être assimilée à une relation de dominance qui a des caractéristiques particulières (il en est de même pour la relation de surclassement faible).

Donc, la méthode est bien équilibrée et comme nous sommes dans un cas où aucune pondération ne se justifie plus qu'une autre, pourquoi avoir retenu celle-là ? Pourquoi le technicien imposerait-il celle-là ? De plus, il est sans doute inutile de rappeler l'importance des critères lorsque la pondération est uniforme, dissimulée ou ignorée et inchangeable (sans évoquer le choix des critères qui pourraient permettre certaines "manipulations") car tout dédoublement d'un critère entraîne une pondération de deux pour ce critère. Dans l'application-type, les deux premiers critères ont des liens, ce que certains pourraient considérer comme une sorte de dédoublement. Par dédoublement, on peut entendre duplication mais aussi corrélation notamment entre population desservie et trafic. De même, si on décompose un critère en deux axes de signification pertinents, on donnera plus d'importance à ce critère qu'aux autres (dans l'exemple pris, on donnera plus d'importance aux critères économiques qui seront deux par rapport aux autres qui n'ont pas été décomposés en axes de signification pertinents et ce, même si les variations ne sont pas de même sens). En fait, cette méthode n'est valable qu'au sein de certaines limites que l'on ne sait pas cerner, c'est-à-dire que l'on ne sait pas si la méthode est valable (dans les limites) ou si elle ne l'est pas (hors des limites).

Donc, il nous est proposé une méthode d'évaluation incorporant une pondération particulière qui permet au technicien de se substituer aux décideurs, en cela Electre IV est une méthode technocratique ; on ne peut justifier plus qu'une autre cette pondération, confirmée par le classement par paire et immuable contrairement à certaines autres méthodes multicritères. Mais s'il y a incohérence entre le classement final et une certaine logique usuelle, entre le classement final et le classement par paire, entre le classement final et donc l'équipondération qui est à la base de cette méthode, ce n'est pas parce que l'équipondération n'existe pas, mais c'est parce que la méthode est, en plus, défaillante.

2.2 Une méthode défaillante

Comme le titre de ce paragraphe l'indique, cette méthode donne des résultats que l'on peut, en toute logique, remettre en cause. Mais mieux qu'un long discours, nous nous proposons de décrire un exemple simple.

Prenons trois variantes et $(3 + n)$ critères ($n \in \mathbb{N}$), ayant les caractéristiques suivantes : (quelle que soit la valeur de n , les calculs et les résultats donnés dans le tableau suivant restent les mêmes ; nous présentons ainsi n "contre-exemples" et il en sera de même pour la suite.)

Variantes \ Critères	Critères						
	1	2	3	(3+1)	(3+2)	...	(3+n)
1	1	10	10	10	10	...	10
2	10	1	1	1	1	...	1
3	10	10	1	1	1	...	1
4	1	1	1	1	1	...	1

Les variantes ont pour les critères (3+1) à (3+n) des valeurs identiques.

Appliquons la méthode Electre IV :

1 - Les seuils : nous prendrons comme seuils $q = 10\%$ et $p = 20\%$, mais nous aurions pu prendre $q = 15\%$ et $p = 30\%$ ou $q = 20\%$ et $p = 40\%$ sans modifier ce qui suit. De même, avec les seuils retenus, nous aurions pu multiplier l'ensemble des notes par x ($x \in \mathbb{N}^*$), ou faire varier les notes égales à 1 de 0 à 5 ou les notes 10 de 10 à 2, sans changement pour la suite.

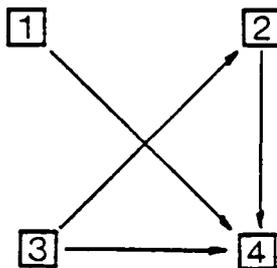
2 - Classement par critère

Critères	Classement
1	2 3 — 1 4
2	1 3 — 2 4
3	1 — 2 3 4
(3+1)	1 — 2 3 4
(3+2)	1 — 2 3 4
⋮	⋮
(3+n)	1 — 2 3 4

3 - Comparaison par paires

Opération	1	2	3	4
Surclassement fort	4	4	2,4	
pas de classement faible				

4 - Graphe de surclassement



5 - Qualification des opérations

		1	2	3	4
Surclassement fort	puissance faiblesse	1	1	2	0
		0	-1	0	-3
		1	0	2	-3

6 - Procédure descendante

3 → 1-2 → 4

Procédure ascendante

1-3 → 2 → 4

7 - Graphe de préférence final



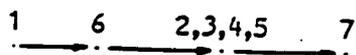
La méthode Electre IV nous donne un classement clair où la variante 3 est préférée à 1. Dans ce cas, nous pouvons penser que la méthode est défaillante.

L'exemple présenté ci-dessus n'est pas unique et nous pourrions illustrer cette défaillance par de nombreux cas. Nous nous contenterons d'en proposer un autre sans s'attarder aux calculs intermédiaires (Les notes sont non nulles et le graphe est connexe).

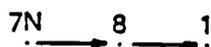
Variantes \ Critères	Critères						
	1	2	3	4	4+1	...	4+n
1	10	10	10	1	1	...	1
2	10	10	1	1	1	...	1
3	10	10	1	1	1	...	1
4	10	10	1	1	1	...	1
5	1	1	1	10	1	...	1
6	1	10	10	10	10	...	10
7	1	1	1	1	1	...	1

(n ∈ N)

Dans ce cas, la méthode Electre IV donnera un graphe de préférence final que l'on ne peut que remettre en question :



Dans de nombreux cas, cette méthode est défailante c'est pourquoi nous pouvons nous interroger sur la validité du classement proposé par l'application-type de cet article : nous rappellerons que le graphe de préférence final donnait notamment :



Graphe transitif : donc : 7N > 1

Remémorons-nous les caractéristiques de ces deux variantes

Lignes \ Critères	Critères					
	g1	g2	g3	g4	g5	g6
7N	33 100	11 500	140	14,1	3	7
1	82 900	26 500	270	8,7	1	1

- g 1 population + emplois desservis par kilomètres de ligne en 1975.
- g 2 = trafic prévisible d'entrants aux stations nouvelles par kilomètre de ligne.
- g 3 = coût par kilomètre de ligne (Millions de Frs HT au 1.1.1978)
- g 4 : taux de rentabilité interne
- g 5 : organisation du réseau de transport collectif
- g 6 : effets structurant sur l'urbanisme.

Pour les trois critères g 1 - g 2 - g 6, la ligne 1, même dans la méthode Electre IV, est donnée préférable strictement à la ligne 7 N. Seuls, les deux critères g 3 et g 4 donnent une préférence stricte à la ligne 7 N. Pour le critère g 5, il y a indifférence même si on peut noter la meilleure place de la ligne 1.

Pour ce qui est des écarts relatifs à l'intérieur des critères (quantitatifs) l'avantage reste à la ligne 1 (1).

$$g_1 = \frac{82}{33} \frac{900}{100} = 2,50 \mid g_2 = \frac{26}{11} \frac{500}{500} = 2,30 \mid g_3 = \frac{270}{140} = 1,92 \mid g_4 = \frac{14,1}{8,7} = 1,62$$

En conclusion, nous ne pouvons qu'émettre des réserves sur ce classement mettant 7 N devant 1 alors que la ligne 1 est préférable pour trois critères contre deux avec un sixième en sa faveur et un écart relatif favorable... (nous aurions obtenu des remarques similaires entre la ligne 8 et la ligne 1).

Avant de passer au paragraphe suivant, nous ferons quelques remarques :

- il faut souligner que les notes peuvent varier dans les exemples présentés,

- nous n'insisterons pas sur le fait qu'une mauvaise performance suffit pour interdire toute comparaison sans qu'il soit possible de définir cette mauvaise performance de façon opératoire.

- lorsque les graphes ne sont pas connexes, il faut faire des distillations séparées ce qui interdit tout classement complet et réduit l'intérêt d'une telle méthode. Lorsque les graphes sont connexes, comme dans les exemples présentés (et que l'on ne simplifie pas la méthode), la méthode reste défaillante (qu'il s'agisse d'un graphe complet ou partiel).

En conclusion, cette méthode est défaillante (pour des graphes connexes ou non-connexes), mais elle peut, en plus, donner des résultats différents.

2.3 Une méthode instable

Electre IV est une méthode instable dans le sens où le classement entre deux variantes n'est pas le même lorsque les autres variantes du projet changent. Si nous reprenons notre premier exemple en changeant la variante 2 et si nous refaisons les calculs, nous aurons :

Variantes \ Critères	Critères						
	1	2	3	3+1	3+2	...	3+n
1	1	10	10	10	10	...	10
2	1	1	10	1	1	...	1
3	10	10	1	1	1	...	1
4	1	1	1	1	1	...	1

(1) Electre IV étant équipondérée, il est possible de comparer ces écarts.

Graphe de préférence final



au lieu de



Il faut rappeler que les variantes 1, 3 et 4 n'ont pas été modifiées et nous obtenons un résultat opposé pour le classement entre 1 et 3.

Dans notre deuxième exemple, si nous supprimons simplement les variantes 2, 3 et 4 : nous aurons comme graphe de préférence final :



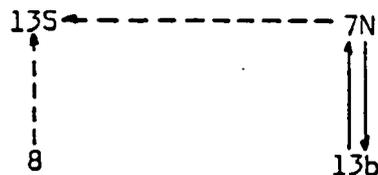
au lieu de



En cela, cette méthode est instable.

Maintenons, si nous reprenons l'application-type qui nous a été proposée, nous pouvons essayer de faire de même en nous contentant de supprimer certaines variantes : supprimons les variantes : 1, 4, 5, 7S, 9, 10, 11, 13N. Nous laisserons le classement pour les deux derniers critères pour ne pas changer les coefficients p et q et nous garderons donc les "classements par critère".

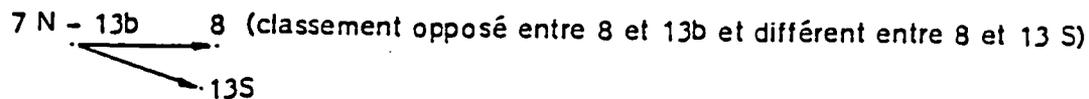
Le graphe de surclassement deviendra :



Nous aurons comme graphe de préférence final :



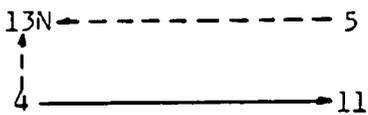
Donc un classement différent de celui qui a été trouvé avec toutes les variantes qui était :



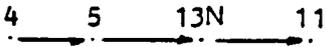
Nous pouvons de même supprimer les variantes :

1, 7N, 7S, 8, 9, 10, 13B et 13S.

Dans ce cas, le graphe de surclassement deviendra :



Graphe de préférence final



Alors que nous avions dans l'article



En cela, la méthode est instable et ces quelques exemples tirés de l'application-type, peuvent nous amener à nous interroger sur la pertinence du classement trouvé.

La raison de l'instabilité de cette méthode est simple.

Cette méthode est instable car elle vérifie, naturellement, le théorème d'impossibilité énoncé par ARROW (1).

Agréger les critères, c'est en fait réfuter une de ces conditions garantissant un choix démocratique. Pour Electre IV, la condition qui n'est pas respectée, est la troisième (2), ce qui n'est pas, à notre avis, raisonnable, ni très défendable. Quel praticien accepterait d'utiliser une telle méthode (sinon pour obtenir un classement pré-déterminé), car avec N variantes, nous pouvons avoir un classement Y et avec (N - x) variantes, un classement opposé au moins entre certains variantes. Par contre, il est vrai qu'il existe des cas où le choix peut être fait, c'est lorsque tous les critères confirment la suprématie d'une variante sur une autre, mais c'est le cas de la dominance pour lequel on peut se demander s'il est nécessaire d'utiliser Electre IV lorsque le résultat est une évidence.

En conclusion, nous pensons donc que la méthode Electre IV est une méthode pondérée ou technocratique, défailante et instable, mais c'est à chaque praticien, compte tenu des limites présentées, qu'il revient de retenir ou pas cette méthode.

Pour finir, on peut se demander si Electre IV est la seule méthode ayant ces limites ou si l'ensemble des méthodes Electre ont des caractéristiques semblables.

(1) cf. K.J. ARROW. Choix collectif et préférences individuelles. Calman-Levy. 1974. 2ème édition.

(2) La troisième condition est "l'indépendance du choix collectif vis-à-vis des situations étrangères au choix" : cf. A. BONNAFOUS et alii. Evaluer la politique des transports, Economica, PUL, 1976, 102 p.

3 - Les méthodes : Electre I, Electre II, Electre III

Nous renverrons le lecteur aux différents ouvrages qui présentent ces méthodes ; nous ne présenterons que certains exemples d'application de ces méthodes que nous laisserons à l'appréciation du lecteur :

3.1 La défaillance des méthodes Electre I, II, III

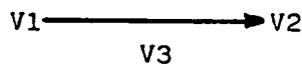
3.1.1 Electre I

a) cas du premier désaccord :

Critères	Variantes		
	V1	V2	V3
C1	10	10	1
C2	10	1	10
C3	1	1	10
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
C3+n	1	1	10

avec $n \in \mathbb{N}$
 - pondération de 1 pour tous les critères

Graphe permettant la bi-partition :



Classement : V1 // V2 - V3

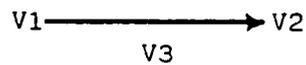
Comme pour Electre IV, nous contestons ce classement.

b) cas du deuxième désaccord :

Critères	Variantes		
	V1	V2	V3
C1	10	10	1
C2	10	10	1
C3	10	1	10
C4	1	1	10
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
C4+n	1	1	10

avec $n \in \mathbb{N}$
 - pondération de 1 pour tous les critères

Graphe permettant la bi-partition



Classement : $V1 // V2 - V3$

- même remarque que précédemment.

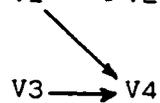
3.1.2 Electre II

Critères	Variantes			
	V1	V2	V3	V4
- - C1	10	9	1	1
C2	10	9	10	1
C3	1	1	10	1
.
.
.
C3+n	1	1	10	1

avec $n \in \mathbb{N}$

- pondération de 1 pour tous les critères
- valeurs habituelles pour les seuils.

Graphe connexe : $V1 \xrightarrow{\quad} V2$



Classement médian : $V1 \rightarrow V3 \rightarrow V2 \rightarrow V4$

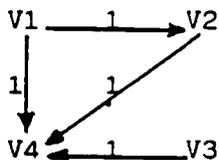
- même remarque que précédemment.

3.1.3 Electre III

Critères	Variantes			
	V1	V2	V3	V4
C1	10	10	1	1
C2	10	1	10	1
C3	1	1	10	1
.
.
.
C3+n	1	1	10	1

avec $n \in \mathbb{N}$

- pondération de 1 pour tous les critères
- valeurs habituelles pour les seuils
- pas de seuil de véto.

Graphe valué connexe :Classement médian : $V1 \rightarrow V3 \rightarrow V2 \rightarrow V4$

- même remarque que précédemment.

Une application a été faite pour la programmation de la rénovation des stations du métro parisien. Deux documents existent à notre connaissance sur ce travail : un document interne à la direction des études générales datant de 1982 qui a fait l'objet d'une communication parue dans "le bulletin de Documentation et d'Information" de la RATP - (3ème Trimestre 1982 p. 11 à 17) et un document du LAMSADE (Document n° 24 - juillet 1983).

Nous passerons rapidement sur les quelques réflexions que nous ont inspirées ces documents (passage d'un classement ordinal à un classement cardinal, inexactitude dans les relations qui déterminent les domaines de variation des indices d'importance...) pour souligner la différence de classement des stations entre les deux documents. Cette différence non signalée semble être due aux méthodes de distillation qui ont été changées dans le deuxième document. Dans le document interne, il s'agit de la distillation normale d'Electre III qui est utilisée dans d'autres méthodes Electre et sur laquelle nous ne pouvons avoir qu'un avis réservé.

Dans le document datant de juillet 1982, une autre méthode de distillation semble avoir été utilisée, mais qui n'est pas plus satisfaisante : cette distillation semble consister à classer les stations en fonction de leur rang dans le graphe (en fait, on pose l'hypothèse de l'identité des niveaux de surclassement entre les variantes, ce qui revient à donner une valeur métrique aux relations de surclassement).

Nous avons donc deux classements différents pour une même méthode : deux classements bien fragiles, comme les tableaux suivants le montrent.

Pour revenir au texte initial plus complet, nous laisserons à l'appréciation du lecteur les classements faits, compte tenu des pondérations suivantes :

Pondération	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7
Jeu n° 1	22	2	7	4	20	6	13
Jeu n° 2	26	2	8	5	24	7	16
Jeu n° 3	33	2	10	6	30	9	19
Jeu n° 4	39	2	13	6	36	9	22

PC1 > PC5 > PC7 > PC3 > PC6 > PC4 > PC2

avec C1 : Trafic sur les quais

C2 : Transit dans les trains

C3 : Coordination des travaux

C4 : Etat du carrelage

C5 : Aspect de la station

C6 : Cumul d'inconfort

C7 : environnement.

Les notes sur les critères varient dans le même sens, c'est-à-dire que les notes hautes incitent à la rénovation contrairement aux notes basses.

VALEURS DES CRITERES POUR LES VINGT PREMIERES STATIONS DE CATEGORIE A

ORDRE	RANG	STATION	CR1	CR2	CR3	CR4	CR5	CR6	CR7
1	1	3. OPERA	74000	111000	..	10.0	10	4	32.6
2	2	4. STRASBOURG-SAINT-DEM	107000	137000	..	8.3	10	4	47.5
3	2	3. MAVRE-CAUMARTIN	50000	154000	..	10.0	10	4	43.4
4	3	12. PICALLE	26000	57000	..	10.0	10	4	24.3
5	3	5. GARE D'AUSTERLITZ	26000	54000	..	10.0	3	3	35.9
6	3	12. PORTE DE LA CHAPELLE	24000	0	..	14.9	10	2	50.5
7	3	12. RUE DU SAC	21000	109000	..	114.4	5	3	15.5
8	4	6. LA MOTTE PICQUET-GRE	45000	97000	..	10.0	5	3	19.1
9	4	9. OBERKAMPF	17000	105000	..	7.0	10	7	46.1
10	4	9. SAINT-AUGUSTIN	25000	146000	..	2.2	10	5	19.0
11	4	12. VOLONTAIRES	15000	109000	..	94.4	5	7	17.2
12	5	12. JULES JOFFRIN	19000	40000	..	63.3	10	2	24.7
13	5	12. SEVRES-BABYLONE	39000	31000	..	37.3	6	3	15.3
14	5	12. MONTPARNASSE-BIENVEN	70500	65000	..	30.2	7	6	31.4
15	5	12. NOTRE-DAME DES CHAMP	15000	50000	..	134.9	6	1	11.2
16	6	3. ANATOLE FRANCE	17000	25000	..	2.2	10	4	41.7
17	6	7. RICQUET	14000	42000	..	5.4	10	4	54.3
18	6	5. PASSY	23000	95000	..	10.0	7	1	17.8
19	6	1. CHAMPS ELYSEES-CLEME	44000	173000	..	10.0	10	3	24.5
19	6	1. TUILLERIES	13000	119000	..	10.0	10	0	15.3

CR1 TRAFIC QUAIES CLUSES CR2 TRAFIC QUAIES CLUSES
 CR2 TRAFIC QUAIES CLUSES CR3 TRAFIC QUAIES CLUSES
 CR3 TRAFIC QUAIES CLUSES CR4 TRAFIC QUAIES CLUSES
 CR4 TRAFIC QUAIES CLUSES CR5 TRAFIC QUAIES CLUSES
 CR5 TRAFIC QUAIES CLUSES CR6 TRAFIC QUAIES CLUSES
 CR6 TRAFIC QUAIES CLUSES CR7 TRAFIC QUAIES CLUSES

PREORDRE PARTIEL DES VINGT PREMIERES STATIONS DE CATEGORIE A

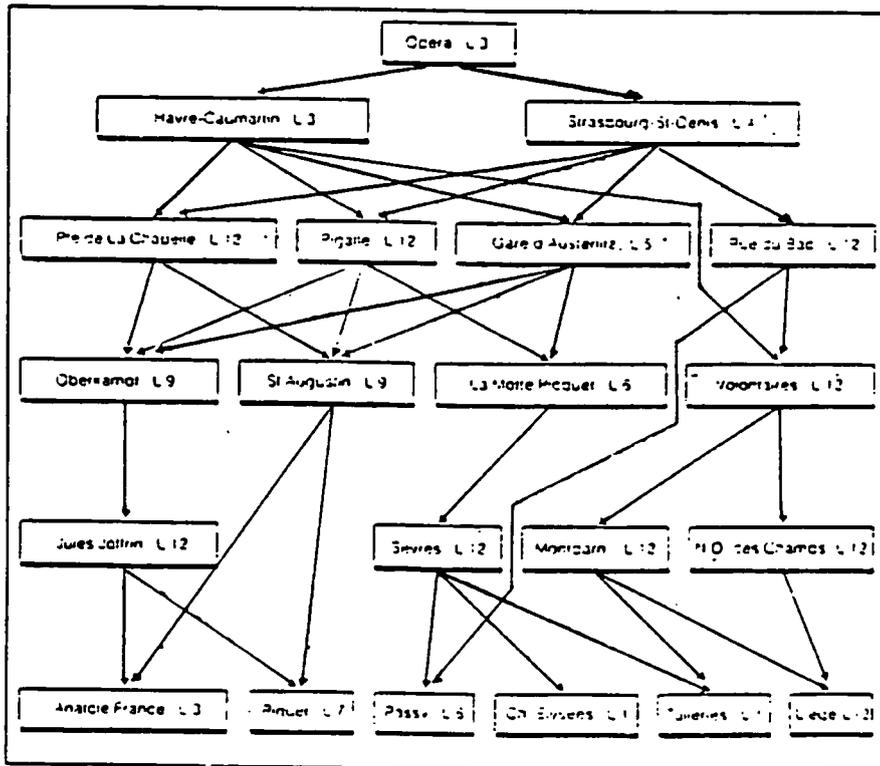


Tableau 1 - Rangement 1982 des stations de catégorie A

CR 1 : TRAFIC SUR LES QUAIS exprimé en voy/j CR 5 : ASPECT DE LA STATION note entre 0 et 10
 CR 2 : TRANSIT DANS LES TRAINS " CR 6 : CUMUL D'INCONFORT note entre 0 et 7
 CR 3 : COORDINATION DES TRAVAUX " CR 7 : ENVIRONNEMENT indice entre 0 et 100
 CR 4 : ETAT DU CARRELAGE valeur entre 0 et 200

le signe = apparaît quand une station est équivalente avec celle qui vient juste après elle.

DOCUMENT LAMSADE		DOCUMENT R.A.T.P.								
Rang	Ordre Lamsade	ORDRE	STATION	CR1	CR2	CR3	CR4	CR5	CR6	CR7
1	1	1	3. OPERA	74000	111000	++	10.0	10	4	82.6
2	2	2	4. STRASBOURG-SAINT-DENI	107000	137000	.	8.3	10	4	47.5
2	3	3	3. HAVRE-CAUMARTIN	50000	154000	++	10.0	10	4	82.4
3	4	4	5. GARE D'AUSTERLITZ	26000	54000	++	10.0	8	3	85.9
3	7	5	12. RUE DU BAC	21000	109000	.	114.4	5	3	15.6
3	4	6	12. PICGALLE	26000	57000	++	10.0	10	4	24.8
5	15	7	12. NOTRE-DAME DES CHAMPS	15000	96000	.	154.1	6	1	11.2
4	11	7	12. VOLONTAIRES	15000	109000	.	94.4	5	7	17.2
6	18	9	6. PASSY	22000	95000	++	10.0	7	1	17.8
5	13	9	12. SEVRES-BABYLONE	39000	92000	.	37.9	6	3	15.3
4	8	11	6. LA MOTTE PICQUET-GREN	45000	97000	.	10.0	5	2	18.2
5	12	12	12. JULES JOFFRIN	19000	40000	.	65.9	10	2	34.6
4	10	13	9. SAINT-AUGUSTIN	25000	149000	.	2.2	10	5	19.0
	Exclu	13	13. LIEGE	10000	134000	++	2.9	10	6	49.1
6	17	15	7. RIGUET	14000	83000	.	5.4	10	4	54.7
5	14	16	12. MONTPARNASSE-BIENVENU	70000	65000	--	30.2	7	6	81.4
6	19	17	1. TUILERIES	13000	198000	++	10.0	10	0	15.8
4	9	18	9. OBERKAMPF	17000	105000	.	7.0	10	7	46.0
3	6	19	12. PORTE DE LA CHAPELLE	24000	0	.	14.9	10	2	58.5
6	16	20	3. ANATOLE FRANCE	17000	25000	.	2.2	10	4	41.8
	Exclu	21	1. HOTEL DE VILLE	60000	155000	--	23.4	7	5	31.0
	19	21	1. CHAMPS ELYSEES-CLEMEN	44000	173000	--	10.0	10	3	34.6
		22	6. GLACIERE	30000	123000	.	10.0	5	1	22.6
		24	5. BURCO	14000	64000	.	8.2	10	2	44.4
		25	13. PLACE DE CLICHY	45000	118000	--	12.2	7	6	23.5
		26	12. CONCORDE	62000	102000	--	10.0	5	5	18.0
		27	13. CARRIARDI	16000	53000	.	5.2	6	6	69.5
		28	7. SULLY-MORLAND	13000	129000	.	11.9	10	7	17.1
		29	13. MAIRIE DE SAINT-OUEN	18000	42000	.	0.	6	1	69.8
		29	13. GUY MOQUET	24000	75000	.	8.7	5	6	30.8
		29	12. MAIRIE D'ISSY	28000	0	.	2.0	5	3	41.0
		32	12. CORENTIN CELTON	20000	28000	.	2.5	6	4	43.1
		33	8. LOURMEL	14000	17000	.	5.8	10	3	21.3
		34	7. PORTE DE CHOISY	27000	45000	.	0.9	4	3	27.0
		35	9. CHARONNE	20000	86000	.	1.8	5	2	39.1
		36	6. DIPLEIX	22000	102000	.	10.0	5	4	18.2
		37	5. HUCHE	15000	37000	.	6.7	6	5	53.8
		38	6. MIR HAKEIM-GRENELLE	21000	99000	.	10.0	5	2	30.1
		39	5. JAURES	20000	81000	.	0.1	4	3	51.1

Dans les tableaux suivants, nous avons comparé des stations dont le classement opéré est indiqué par le nombre les précédant. Pour chaque critère, la valeur de la station incitant le plus à la rénovation est soulignée.

LISTE A :

Noms des stations	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7
9 Passy	23 000	95 000	<u>++</u>	10 0	7	1	17,8
25 Place de Clîchy	<u>49 000</u>	<u>118 000</u>	--	<u>12,2</u>	7	<u>6</u>	<u>23,5</u>
9 Passy	23 000	95 000	<u>++</u>	10,0	7	1	17,8
21 Champs-Élysées - Clemen	<u>44 000</u>	<u>173 000</u>	--	10,0	10	3	<u>34,6</u>
9 Passy	23 000	95 000	<u>++</u>	10,0	7	1	17,8
21 Hôtel de Ville	<u>60 000</u>	<u>155 000</u>	--	<u>23,4</u>	7	<u>5</u>	<u>31,0</u>
9 Passy	23 000	95 000	<u>++</u>	10,0	7	1	<u>17,8</u>
52 Gobelins	<u>24 000</u>	<u>108 000</u>	--	<u>10,4</u>	10	6	16,3
33 Lourmel	14 000	17 000		5,8	<u>10</u>	3	21,3
47 Nationale	<u>16 000</u>	<u>87 000</u>		<u>10,0</u>	4	4	<u>39,6</u>
43 Faidherbe Chaligny	18 000	80 000	<u>.</u>	1,1	5	3	<u>29,3</u>
52 Tolbiac	<u>24 000</u>	<u>114 000</u>	--	<u>3,7</u>	10	6	23,0
43 Faidherbe Chaligny	<u>18 000</u>	80 000	.	1,1	5	3	29,3
50 Buzenval	11 000	<u>83 000</u>	.	<u>4,3</u>	6	5	<u>39,8</u>
74 Falguière	5 000	103 000	<u>.</u>	0,5	<u>5</u>	5	14,1
89 Chambre des députés	<u>13 000</u>	<u>128 000</u>	--	<u>10,0</u>	4	7	<u>15,7</u>

LISTE 9 .

Noms des stations	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7
4 Porte de Clignancourt	42 000	0	++	10,0	10	1	29,7
35 Bastille	<u>58 000</u>	<u>143 000</u>	--	10,0	7	<u>4</u>	<u>29,8</u>
6 Sèvres Babylone	<u>38 000</u>	67 000		14,8	10	<u>5</u>	15,3
33 Fereire	17 000	<u>69 000</u>	+	<u>47,7</u>	10	4	<u>37,0</u>
17 Sablons	32 000	61 000		4,1	10	2	17,2
35 Bastille	<u>58 000</u>	<u>143 000</u>	--	<u>10,0</u>	7	<u>4</u>	<u>29,8</u>
17 Les Sablons	<u>32 000</u>	61 000		4,1	10	2	17,2
39 Colonel Fabien	18 000	<u>73 000</u>		<u>8,7</u>	10	<u>4</u>	<u>42,8</u>
4 Porte de Clignancourt	<u>42 000</u>	0	++	10,0	10	1	29,7
118 Avron	11 000	<u>56 000</u>	--	<u>15,0</u>	10	<u>3</u>	<u>36,5</u>
4 Porte de Clignancourt	<u>42 000</u>	0	++	10,0	10	1	29,7
97 J Bonsergent	14 000	<u>134 000</u>	--	<u>32,4</u>	10	<u>6</u>	<u>37,0</u>
4 Porte de Clignancourt	<u>42 000</u>	0	++	10,0	10	1	29,7
95 Menilmontant	16 000	<u>59 000</u>	--	<u>37,9</u>	10	<u>4</u>	<u>47,1</u>
17 Les Sabons	<u>32 000</u>	61 000	.	4,1	10	2	17,2
97 J. Bonsergent	14 000	<u>134 000</u>	--	<u>32,4</u>	10	<u>6</u>	<u>37,0</u>
42 Courentin Carion	13 000	47 000	+	7,2	10	3	<u>55,1</u>
97 St Bonsergent	<u>14 000</u>	<u>134 000</u>	--	<u>32,4</u>	10	<u>6</u>	<u>37,0</u>

- même remarque que précédemment.

3.2 L'instabilité des méthodes Electre I, II, III

3.2.1. Electre I

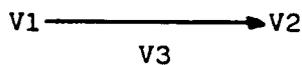
a) cas du premier désaccord :

Critères \ Variantes	Variantes		
	V1	V2	V3
C1	10	10	1
C2	10	1	10
C3	1	1	10
C3 + 1	1	1	10
.	.	.	.
.	.	.	.
C3 + n	1	1	10

Critères \ Variantes	Variantes		
	V1	V2'	V3
C1	10	1	1
C2	10	1	10
C3	1	10	10
C3 + 1	1	1	10
.	.	.	.
.	.	.	.
C3 + n	1	1	10

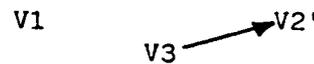
avec $n \in \mathbb{N}$

Graphe permettant la bi-partition



Classement : V1 // V2 - V3

Graphe permettant la bi-partition



Classement : V3 // V1 - V2'

Seule la variante 2 a été modifiée et on obtient un classement inverse entre V1 et V3. Nous ne pouvons que faire les mêmes remarques que pour Electre IV quant à l'instabilité.

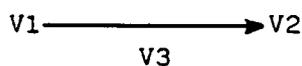
b) cas du deuxième désaccord

Critères \ Variantes	Variantes		
	V1	V2	V3
C1	10	10	1
C2	10	10	1
C3	10	1	10
C4	1	1	10
C4 + 1	1	1	10
C4 + 2	1	1	10
.	.	.	.
C4+n	1	1	10

Critères \ Variantes	Variantes		
	V1	V2'	V3
C1	10	1	1
C2	10	1	1
C3	10	1	10
C4	1	10	10
C4 + 1	1	10	10
C4 + 2	1	1	10
.	.	.	.
C4+n	1	1	10

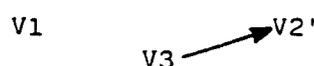
avec $n \in \mathbb{N}$

Graphe permettant la bi-partition



Classement : V1 // V2 - V3

Graphe permettant la bi-partition



Classement : V3 // V1 - V2'

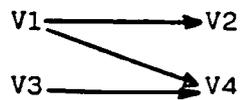
Nous constatons que seule la variante 2 a été modifiée et nous obtenons un classement inverse entre V1 et V3. Electre I, comme Electre IV, est une méthode instable.

3.2.2 Electre II

Critères	Variantes			
	V1	V2	V3	V4
C1	10	9	1	1
C2	10	9	10	1
C3 _o	1	1	10	1
C3+1	1	1	10	1
.
.
C3+n	1	1	10	1

Critères	Variantes			
	V1	V2'	V3	V4
C1	10	1	1	1
C2	10	9	10	1
C3	1	9	10	1
C3+1	1	1	10	1
.
.
C3+n	1	1	10	1

Graphe connexe



Graphe connexe



Classement médian : V1 → V3 → V2 → V4

Classement médian : V3 → V1 → V2' → V4

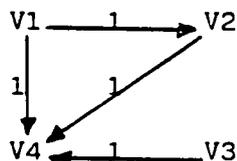
- même remarque que précédemment.

3.2.3 Electre III

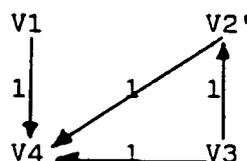
Critères	Variantes			
	V1	V2	V3	V4
C1	10	10	1	1
C2	10	1	10	1
C3	1	1	10	1
C3+1	1	1	10	1
.
.
C3+n	1	1	10	1

Critères	Variantes			
	V1	V2'	V3	V4
C1	10	1	1	1
C2	10	1	10	1
C3	1	10	10	1
C3+1	1	1	10	1
.
.
C3+n	1	1	10	1

Graphe valué connexe



Graphe valué connexe



Classement médian : V1 → V3 → V2 → V4

Classement médian : V3 → V1 → V2' → V4

- même remarque que précédemment.

En conclusion, l'ensemble des méthodes Electre présente, à notre sens, des limites rédhibitoires mais c'est à chacun d'apprécier les limites de ces méthodes et à travers elles, les méthodes Electre. Il faut préciser que ces quatre méthodes Electre, défailtantes et instables, sont sans doute parmi les méthodes les plus élaborées qui existent et on peut se demander si la recherche qui se poursuit dans les méthodes agrégées avec l'ambition de mettre en défaut le théorème d'ARROW, risque de ne pas rester stérile ou de ne produire que des méthodes du type Electre.