Les Cahiers Scientifiques du Transp rt
pp. 203-212 N^{os} 15-16/1987

J.H.P. PÆLINCK, Quelques modèles fonctionnels de localisation.

Quelques modèles fonctionnels de localisation

J.H.P. PÆLINCK
Netherlands Economic Institute
et
Université Erasme Rotterdam

1. Introduction

L'apparition des activités dites "sunrise" - nouveaux produits, nouveaux processus (J. Paelinck, 1987) - oblige à repenser la modélisation des décisions - ex-ante et ex-post - de localisation (voir D.-J.F. Kamann, 1985 et A. Sallez, 1983 et 1986). Dans ce qui suit, deux modèles - l'un ex-ante, l'autre ex-post - seront présentés.

2. Modèle néo-wébérien

Nous partirons du classique triangle de Weber dont nous généralisons l'approche:

- à la présence de "fonctions d'entreprise" multiples (Porter, 1985);
- à la présence de coûts de transports et de communication (Klaassen, 1967).

Le graphique suivant illustre à titre exemplatif une la situation possible[1].

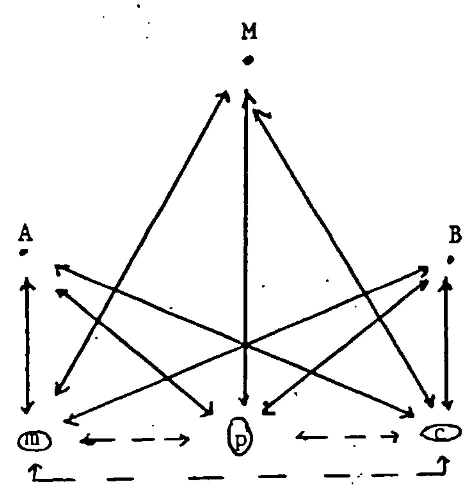
Les coûts totaux de transport et de communication sont constitués:

(a) des coûts de transport entre la division de production (p) et les marchés du produit (M) et des matières premières (A,B);

(b) des coûts de communication externes entre deux division de l'entreprise (m: marketing; c: comptabilité) et les points A,B et M;

(c) des coûts de communication internes entre les divisions de l'entreprise.

Graphique 1



Les condition du premier ordre sont:

(i) pour la division de production:

$$\frac{\partial C}{\partial x_p} = \sum_i a_{pi}\, t_{pi} \frac{\partial s_{pi}}{\partial x_p} + \sum_{k \neq p} a_{pk}\, c_{pk} \frac{\partial s_{pk}}{\partial x_p} = 0 \qquad (1)$$

$$\frac{\partial C}{\partial y_p} = \sum_i a_{pi}\, t_{pi} \frac{\partial s_{pi}}{\partial y_p} + \sum_{k \neq p} a_{pk}\, c_{pk} \frac{\partial s_{pk}}{\partial x_p} = 0 \qquad (2)$$

(ii) pour la division de marketing:

$$\frac{\partial C}{\partial x_m} = \sum_i a^*_{mi}\, c^*_{mi} \frac{\partial s_{mi}}{\partial x_m} + \sum_{k \neq m} a_{mk}\, c_{mk} \frac{\partial s_{mk}}{\partial x_m} = 0 \qquad (3)$$

$$\frac{\partial C}{\partial y_m} = \sum_i a^*_{mi}\, c^*_{mi} \frac{\partial s_{mi}}{\partial y_m} + \sum_{k \neq m} a_{mk}\, c_{mk} \frac{\partial s_{mk}}{\partial y_m} = 0 \qquad (4)$$

(iii) pour la division de comptabilité:

$$\frac{\partial C}{\partial x_c} = \sum_i a^*_{ci}\, c^*_{ci} \frac{\partial s_{ci}}{\partial x_c} + \sum_{k \neq c} a_{ck}\, c_{ck} \frac{\partial s_{ck}}{\partial x_c} = 0 \qquad (5)$$

$$\frac{\partial C}{\partial y_c} = \sum_i a^*_{ci}\, c^*_{ci} \frac{\partial s_{ci}}{\partial y_c} + \sum_{k \neq c} a_{ck}\, c_{ck} \frac{\partial s_{ck}}{\partial y_c} = 0 \qquad (6)$$

la fonction objective étant

$$\min_{(x_p,\, y_p;\; x_m,\, y_m;\; x_c,\, y_c)} C = \sum_i a_{pi}\, t_{pi} s_{pi} + \sum_{i \neq k} a^*_{ki}\, c^*_{ki}\, s_{ki} + \sum_{k \neq k^*} a_{kk^*}\, c_{kk^*}\, s_{kk^*}. \qquad (7)$$

les a_{ki}, a^*_{ki} et a_{kk}^* représentant les inputs unitaires de transport ou de communication, les t_{ki}, c^*_{ki} et c_{kk}^* les coûts correspondants et les s_{ki} et s_{kk}^* des distances (eudidiennes[2]) par exemple).

Les cas wébérien classique est représenté par l'absence des a^*_{ki} c^*_{ki}, (7) étant alors minimé au point de Weber (le troisième terme de (7) s'annulant pour une localisation jointe des trois divisions). C'est le deuxième terme de (7) qui provoque, d'une part des divergences de localisation "moyenne" par rapport au point de Weber, d'autre part l'"éclatement" des localisations des différentes divisions d'entreprise.

Des théorèmes de statique comparative peuvent aisement être dérivés à partir des conditions (1) - (6)[3]

3. Modèle économique spatial

Dans les travaux appliqués deux phénomènes nous ont apparu comme étant centraux:

- la synergie entre activités localisées;[4]
- les rapports avec l'extérieur de la zone d'étude.

Supposons que l'on puisse construire une matrice carrée A prenant ses valeurs sur [0,1] entre les unités pertinentes présentes dans une zone d'étude[5]; un indicateur de l'intensité <u>globale</u> en ces relations est la quantité

$$J \triangleq (n-1)^n - D \tag{8}$$

où D represente le déterminant de la matrice léontievienne (n-1) I - A, n étant le nombre d'unités pertinentes.

<u>Proposition 1:</u> $0 < J < (n-1)^n$

<u>Preuve:</u> dans la matrice $(n-1)\ [I-(n-1)^{-1}\ A]$ le dernier facteur est Frobenius étant donné que $(n-1)^{-1}\ \underline{i}'\ A \leq \underline{i}'$; si A = 0, $D = (n-1)^n$; si A = [1], une matrice unitaire carrée sauf la diagonale zéro, D = 0.

$x^x x$

Supposons maintenant un vecteur d'impulsions externes $\underline{0} < \underline{e} < \underline{i}$, et appliquons-le à $M \triangleq [(n-1) \; I - A]^{-1}$; nous avons alors la

Proposition 2: $0 < f\ (\underline{e}) \triangleq \underline{i}' \; \underline{M} \; \underline{e} \; (\underline{i}' \; M \; \underline{i})^{-1} < 1$

Preuve: $\underline{e} = \underline{0} \rightarrow f\ (\underline{e}) = 0$; $\underline{e} = \underline{i} \rightarrow f\ (\underline{e}) = 1$.

xxx

Un test sur l'importance relative des effets synergiques et exogènes peut être effectué avec la fonction suivante:

$$r_i = \alpha \; J_i + \beta \; f\ (\underline{e}_i) + \gamma \tag{9}$$

α, $\beta \geq 0$ et signicatifs; r_i serait un indicateur de la croissance des zones étudiés (production, emploi, nombre d'entreprises). La section suivante développe un nouvel estimateur adéquat.

4. Estimateur strictement positif

Dans Ancot et Paelinck (1984) l'on a attiré l'attention sur la classe des paramètres strictement positifs qui peuvent resulter d'une théorie spatiale a priori; une approche possible est la suivante.

Soit β un paramètre de

$$\varepsilon_i \triangleq y_i - \beta x_i \tag{10}$$

la probabilité d'observer conjointement ε_i et β étant

$$p\ (\varepsilon_i, \beta) = p(\varepsilon_i \mid \beta) \; p(\beta) \tag{11}$$

où $p(\varepsilon_i \mid \beta)$ est donné par (10) et $p(\beta)$ est la densité à priori de β. L'on estime β sous l'hypothèse que sur la période d'observation (ou le système de régions d'observation) β a été constant.

L'estimation a été investiguée pour $\underline{\varepsilon} \sim N(\underline{0}, \sigma^2 I)$ et $\beta_i \sim T(\underline{\beta}^*)$, où T représente la distribution de Tanner; la fonction de vraisemblance, toutes constantes annulées, et pour $\underline{\varepsilon} = \underline{y} - X\underline{\beta}$ général, est

$$LL = -(2\sigma^2)^{-1}(\underline{y} - X\underline{\beta})'(\underline{y} - X\underline{\beta}) + n \ln \underline{i}'\underline{\beta} - n\,\underline{\beta}^{*\prime}\underline{\beta} \qquad (12)$$

ce qui mène à

$$\text{est}\ \underline{\beta} = \underline{\beta}_{MCO} - 2\,n\,\sigma^2(X'X)^{-1}\underline{\beta}^* + 2n\sigma^2(X'X)^{-1}\text{est}\ \hat{\underline{\beta}}^{-1}\underline{i} \qquad (13a)$$

$$\stackrel{\Delta}{=} \tilde{\underline{\beta}} + 2n\sigma^2\,(X'X)^{-1}\text{est}\ \hat{\beta}^{-1}\underline{i} \qquad (13b)^{6)}$$

<u>Proposition 3</u>: (13) a une solution unique strictement positive en est $\underline{\beta}$.

L'estimation par MV de σ^2 est la somme de carrés residuels usuelle divisée par le nombre d'observations.

Des problèmes sont d'une part le caractère robuste d'est β pour différents $\underline{\beta}^*$ (ou plus généralement des distributions à priori)[7], d'autre part le calcul d'est $\underline{\beta}$ (par des méthodes de type, Gauss-Seidel, par exemple; mais voir encore A. Hughes Hallett, 1984 et 1985[8]).

Prenant l'espérance mathématique de (13) et définissant $\underline{b}$ = est $\underline{\beta}$ l'on obtient

$$(\underline{b}) = 2\,\hat{b}^{-1}\underline{i} + 2n\sigma^2\,(X'X)^{-1}\left[\ (\hat{b}^{-1}\underline{i}) - \underline{\beta}^*\right] \qquad (14)$$

sous l'hypothèse habituelle $\mathcal{E}(X'\underline{\varepsilon}) = \underline{0}$.

Si l'on choisit $\underline{\beta}^* = (\hat{b}^{-1}\underline{i})$ (l'on remarque qu'ils ont même dimension), la valeur espérée de $\underline{b}$ est égale à la valeur espérée des paramètres de la distribution à priori.

Quant à la matrice de variance-covariance, elle peut être calculée, négligeant les termes en σ^4, comme

$$\text{var } \underline{b} = \sigma^2 (X')^{-1} \left[I + 4n \quad (X' \underline{\varepsilon}\, \underline{i}'\, \hat{b}^{-1}) \, (X'X)^{-1} \right], \tag{15}$$

Linéarisant $\hat{b}^{-1} \underline{i}$ autour de $\underline{b} = \underline{i}$ permet de montrer que le second terme entre crochets est d'ordre σ^4, ce qui permet de nouveau, pour petit σ^2, de le négliger, d'où

Proposition 4: à part un σ^2 du second ordre, var $\underline{b}$ égale l'expression classique des moindres carrés ordinaires.

Des tests non-paramétriques sur $\underline{b}$ peuvent être envisagés (voir J.H.P. Paelinck et L.H. Klaassen, 1978, chapitre 4) mais cette matière ne sera pas poursuivie ici, excepté la remarque que dans Ancot et Paelinck, 1981, (Propriété 3, p. 360) l'on a envisagé un estimateur de type $\underline{b}$ lognormalement distribué, $\Lambda(\mu, \sigma^2)$; comme μ et σ^2 peuvent être calculés des espérances et variances dérivées ci-dessus, des intervalles de confiance pour les $\underline{b}$ peuvent être dérivés.

5. Conclusions

Les modèles exposés ci-dessus représentent une première approche aux phénomènes de localisations des activités de pointe; l'intérêt de (9) et de la section 4 est que la fonction et la procédure d'estimation introduisent à un test d'économétrie spatiale.

6. Notes

1. Alain Sallez fait remarquer à ce sujet que les recherches empiriques feraient plutôt penser que "si une firme est éclatée en trois établissements, ce ne serait pas marketing, production et comptabilité,

mais plutôt (a) un centre de Direction, comprenant le marketing, la direction du personnel, le traitement de l'information; (b) une usine de Production; (c) un centre de Recherche et Développement ou un centre de Stockage et de Distribution pour desservir d'autres marchés que M " (communication du 11 mars 1986).

2. Voir F. Plastria, 1983.
3. Voir J.H.P. Paelinck, 1985, ch. 3.
4. Voir J.H.P. Paelinck et Th. ten Raa, 1985.
5. Voir un exemple dans Netherlands Economic Institute, 1974.
6. $\hat{b}$ dans (13) est une matrice diagonale, obtenue en diagonalisant est β.
7. Ceci a été suggéré par Andrew Hughes Hallett.
8. A. Hughes Hallett suggère aussi une ressemblance avec des estimateurs du type "Stein-rule"; voir G.G. Judge et M.E. Bock, 1978, spécialement pp. 173-176.

7. Références

Ancot, J.-P. et Paelinck, J.H.P., Recent Research in Spatial Econometrics, in D.A. Griffith and R. Mackinnon (eds.), Dynamic Spatial Models, Sythoff & Noordhof, Alphen a/d Rijn and Rockville, 1984, pp. 344-364.

Hughes Hallett, A.J., Simple and Optimal Extrapolations for First Order Iterations, International Journal of Computer Mathematics, vol. 15, 1984, pp. 308-318.

Hughes Hallett, A.J., Techniques which Accelerate the Convergence of First Order Iterations Automatically, in Linear Algebra and its Applications, 1985.

Judge, G.G. and Bock, M.E., The Structural Implications of Pre-Test and Stein-Rule Estimators in Econometrics, North Holland Publishing Company, Amsterdam, New York, Oxford, 1978.

Kamann, D.-J.F., Network Dynamics of Economic Activities: the Spatial Impact, University of Groningen, Faculty of Economics, Working Paper, second draft, November 1985.

Klaassen, L.H., Methods of Selecting Industries for Depressed Areas, OECD, Paris, 1967.

Netherlands Economic Institute, Prolégomènes pour une étude du développement économique de la province de Tolède, vol. 2, Rotterdam, 1974.

Paelinck, J.H.P. and Klaassen, L.H., Spatial Econometrics, Saxon House, Farnbourough, 1979.

Paelinck, J.H.P., Eléments d'Analyse Economique Spatiale, ERESA, Genève, 1985.

Paelinck, J.H.P. et Raa, Th. ten, Synergetic and Resonance Aspects of Interdisciplinary Research, in M. Hazewinkel, A. Jurkovich and J.H.P. Paelinck (eds.), Bifurcation Analysis, Reidel, Dordrecht, 1985, pp. 233-239.

Paelinck, J.H.P., Nye produkter, nye teknologier, Samfunds Økonomen, 1987/7, pp. 12-19.

Plastria, F., Localisation continue: quelle distance choisir?, Cahiers de Géographie de Besançon, no. 25, septembre 1983, pp. 221-230.

Porter, M.E., Competitive Advantage, The Free Press, New York, 1985.

Sallez, A., Division spatiale du travail, développement régional polarisé et théorie de la localisation, Revue d'Economie Régionale et Urbaine, 1983, No. 1, pp. 69-96.

Sallez, A., Evolution et interprétation des stratégies spatiales des entreprises, Communication au colloque DATAR-RECLUS: "les dynamiques du territoire", Montpellier, janvier 1986.