Les Cahiers Scientifiques du Transport
pp. 61-84 N° 21/1990

Gilbert LAPORTE
Développements algorithmiques récents et perspectives de recherche en distributique

Développements algorithmiques récents et perspectives de recherche en distributique

Gilbert LAPORTE

Centre de recherche sur les transports
Université de Montréal, C.P. 6128, Succursale A
Montréal (Québec) Canada H3C 3J7

1. INTRODUCTION

Dans son sens le plus large, la **distributique** regroupe toutes les activités de transport de la firme, qu'il s'agisse de l'acheminement des matières premières aux sites de production, du transport des produits finis des usines aux entrepôts ou aux dépôts et enfin, de ceux-ci aux clients. LaLonde et Zinszer (1976) estiment à 10 % en moyenne, la part de leur revenu que les entreprises affectent à la distribution. Bodin et al. (1983) citent une étude de 1980 qui situe alors à 400 $ milliards les coûts annuels de distribution aux États-Unis et à £15 milliards au Royaume-Uni. Des chiffres récents (O.C.D.E., 1989), tirés des annales statistiques 1965-1986 de la Conférence européenne des ministres des Transports, permettent de saisir toute l'importance de la "branche industrielle transport". Ainsi, en 1986, la valeur ajoutée attribuable à ce secteur d'activité comptait en moyenne pour 4,55 % du produit intérieur brut de l'ensemble des pays européens. Par ailleurs, comme les dépenses afférentes aux activités de transport effectuées pour compte propre ne relèvent pas de la branche industrielle transport, la valeur ajoutée engendrée par la distributique se révélerait même supérieure à ce pourcentage. Si l'on se fie à l'expérience canadienne, par exemple, le transport par camion pour compte propre peut être tout aussi important que le transport par camion pour compte d'autrui (Picard, 1987). C'est donc dire que toute économie attribuable à la réduction des coûts de transport peut affecter de façon significative la performance des firmes et de façon indirecte, celle de l'économie nationale.

La distributique constitue depuis longtemps un domaine d'étude de prédilection en économie et en recherche opérationnelle. Dans le premier cas, on peut faire remonter les premiers résultats modernes aux travaux de Weber (1909) sur la localisation, tandis qu'en recherche opérationnelle, les premières études en distributique coïncident avec celle du désormais célèbre **problème du voyageur de commerce (PVC)** décrit pour la première fois par Menger (1932) et dont Dantzig et al. (1954) ont entrepris la première étude systématique. Le PVC consiste à déterminer le **tour** de moindre longueur passant une seule fois par chacun des n points à visiter; il est sous-jacent à plusieurs des problèmes de cueillette et livraison qui se posent en distributique. C'est toutefois à Eilon, Watson-Gandy et Christofides (1971) qu'il convient d'attribuer le premier ouvrage d'importance consacré entièrement aux méthodes de recherche opérationnelle en distributique. Depuis, ce domaine a connu une croissance considérable que l'on doit à deux facteurs principaux: (i) le développement de nouveaux résultats théoriques en optimisation combinatoire et les percées algorithmiques qui en ont résulté; (ii) les progrès de la micro-informatique qui favorisent le transfert technologique.

Cet article vise à faire état de ces développements. On décrira d'abord de façon plus précise la problématique étudiée. Deux grandes classes d'algorithmes, approximatifs et exacts, feront respectivement l'objet des deux sections subséquentes. Suivra alors une description des principaux logiciels utilisés en distributique ainsi que de leur application à la résolution de problèmes concrets. Enfin, l'article se conclura sur un certain nombre de réflexions.

2. PROBLÉMATIQUE

Afin de fixer les idées, on représentera le système de distribution d'une entreprise par des ellipses concentriques comme sur la figure 1. Par souci de simplicité, on ne considérera que trois niveaux correspondant à trois types d'entités : (i) les usines; (ii) les dépôts et (iii) les clients. On s'intéresse ici à des activités de distribution comportant une origine commune et plusieurs destinations par voyage. Ceci exclut donc, par exemple, le transport de longue distance en chargements complets. On supposera de plus que le transport s'effectue toujours entre deux niveaux successifs, du centre vers la périphérie. Il est bon de noter toutefois que certains systèmes comportent quatre niveaux (Mercer et al., 1978; Dejax, 1988) et que dans certains cas, il existe des liens directs entre le premier et le troisième niveau (Watson-Gandy et Dohrn, 1973). De plus, on suppose connue la localisation des usines, des dépôts et des clients. Pour les problèmes combinés de distribution et de localisation, voir Laporte (1988), Laporte et al. (1989), Laporte et Dejax (1989) ainsi que

Eiselt et Laporte (1989). On peut ainsi définir à partir de la figure 1, un réseau dont les sommets sont les entités décrites ci-haut et dont les arêtes sont les tronçons de route qui les relient. À chaque arête (i,j) correspond un coût c_{ij} et un temps de transport t_{ij}. Le problème qui nous intéresse consiste à déterminer simultanément la composition de la flotte de véhicules à affecter à chaque usine et à chaque dépôt, ainsi que les itinéraires de livraison de ces véhicules, de façon à minimiser le coût total d'opération tout en respectant certaines contraintes. Voici quelques-unes de ces contraintes, parmi les plus courantes :

(i) chaque dépôt n'est desservi qu'une seule fois par un véhicule partant d'une usine;

(ii) chaque client reçoit la visite d'un seul véhicule partant d'un dépôt;

(iii) la tournée de tout véhicule se termine à son point de départ;

(iv) la tournée d'un véhicule ne peut excéder une longueur ou une durée donnée;

(v) la capacité d'un véhicule ne peut jamais être dépassée;

(vi) les livraisons doivent se faire à l'intérieur de certaines plages horaires.

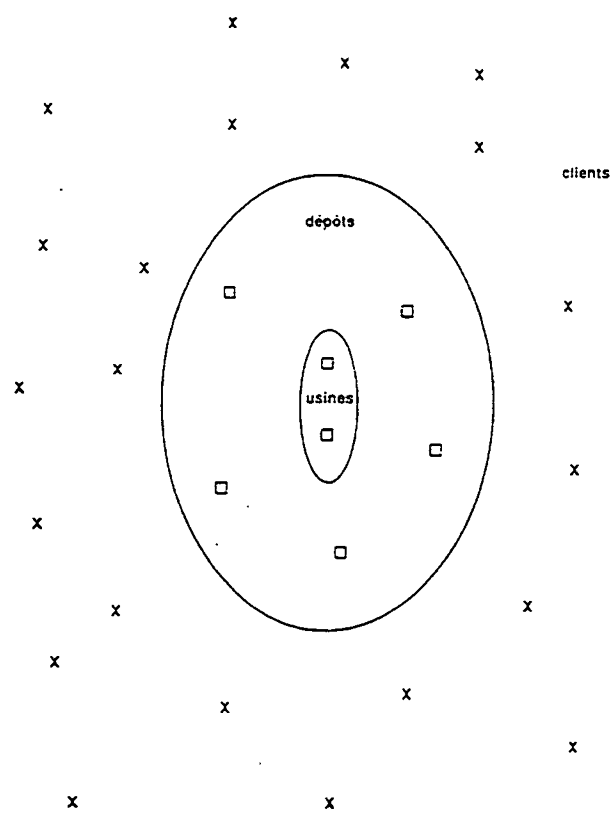

Figure 1 : Représentation schématique d'un système de distribution

Il ne s'agit là que des restrictions les plus fréquemment imposées. Bodin et Golden (1981), Bodin et al. (1983), Bott et Ballou (1986) ainsi que Assad (1988) en décrivent plusieurs autres portant sur : les demandes, la composition du parc de véhicules, les conditions de travail des chauffeurs, les exigences particulières des clients, la nature des systèmes d'information en place, etc.

On voit que même dans une version passablement simplifiée, le problème s'avère de taille et il n'est pas étonnant que depuis plusieurs années, des dizaines de spécialistes de la recherche opérationnelle s'y soient intéressés. Jusqu'à la fin des années soixante-dix, leurs travaux ont porté presque exclusivement sur le développement d'algorithmes approximatifs (Bodin et al., 1983) tandis qu'au cours des dix dernières années on a assisté à l'éclosion d'algorithmes exacts (Laporte et Nobert, 1987). Bien que ces dernières méthodes ne permettent pas en général de résoudre des problèmes de grande taille et qu'elles soient donc d'une utilité pratique plus limitée, elles favorisent toutefois une meilleure compréhension de la structure du problème et s'avèrent également importantes lorsqu'il s'agit d'évaluer le degré de sous-optimalité des algorithmes approximatifs. Par ailleurs, on a aussi vu se développer au cours des dernières années plusieurs logiciels commerciaux basés pour la plupart sur l'utilisation de procédures heuristiques efficaces et de plus en plus, sur les méthodes interactives graphiques (Golden et al., 1986; Golden et Assad, 1986).

3. ALGORITHMES APPROXIMATIFS

La plupart des algorithmes approximatifs applicables aux problèmes de distribution ont été développés dans le contexte du **problème classique de tournées (PT)**, ne comportant que deux niveaux, un seul dépôt, n clients, m véhicules et une famille de contraintes passablement limitée. Les situations plus complexes requièrent des modifications et adaptations aux algorithmes de base. Les problèmes de tournées les plus usuels appartiennent à la classe des problèmes NP-durs (Lenstra et Rinnooy Kan, 1981) : il s'agit de problèmes pour lesquels il n'existe à ce jour aucun algorithme exact pouvant les résoudre en un temps qui soit une fonction polynomiale de leur taille. Les algorithmes approximatifs visent à déterminer une "bonne" solution moyennant un effort jugé raisonnable; leur temps de calcul est en général polynomial par rapport à n dans le pire des cas et, pour la plupart des problèmes, le degré du polynôme ne dépasse pas 3.

Le nombre et la diversité des algorithmes approximatifs utilisés pour la résolution des problèmes de tournées reflètent la multitude de variantes et de contextes d'application de ces problèmes. Plusieurs algorithmes s'inspirent directement des méthodes développées pour le PVC. Ceci tient évidemment à la similitude entre le PT classique et le PVC. Une autre raison vient du fait qu'on peut faire correspondre à la solution d'un PT (avec un dépôt, n clients et m véhicules) un tour unique sur n+m sommets. Il suffit pour cela de créer m-1 copies identiques du dépôt et de définir entre deux copies du dépôt un coût λ. En déterminant λ de façon appropriée, on obtient les trois variantes suivantes (Lenstra et Rinnooy Kan, 1975) :

(i) $\lambda = \infty$: la solution optimale comportera exactement m tournées;
(ii) $\lambda = -\infty$: la solution optimale comportera le plus petit nombre possible de tournées;
(iii) $\lambda = 0$: la solution optimale comportera au plus m tournées.

La solution du PT s'obtient à partir de la solution du PVC ainsi défini en ignorant les arcs qui relient deux copies du dépôt et en interprétant comme tournée tout chemin liant deux dépôts.

Nous classifions ici les méthodes les plus efficaces et les plus répandues en trois grandes catégories :

1. les méthodes constructives globales;
2. les méthodes constructives en deux phases;
3. les méthodes d'amélioration.

3.1 Les méthodes constructives globales

(i) La méthode du plus proche voisin (Rosenkrantz et al., 1977)

Dans cette méthode, on construit une solution au problème en prenant, à chaque étape, la décision la plus avantageuse dans l'immédiat. Il s'agit donc d'un algorithme myope dont l'intérêt principal réside dans sa simplicité d'application. Il fut d'abord conçu pour le PVC, mais se généralise facilement à d'autres problèmes.

Étape 1. Considérer un sommet arbitraire comme le point de départ d'une tournée.

Étape 2. Déterminer le sommet le plus rapproché du dernier sommet considéré et l'inclure dans la tournée. Retourner à l'étape 1 s'il reste des sommets libres.

Étape 3. Relier le dernier sommet au premier. ∎

Le nombre de calculs requis par cet algorithme est de l'ordre de n^2 (dénoté ici par $O(n^2)$). On peut le modifier en considérant tour à tour chaque sommet comme point de départ; le temps de calcul passe alors à $O(n^3)$, mais la solution obtenue est en général de meilleure qualité. Cet algorithme s'adapte facilement aux problèmes de tournées comportant diverses contraintes : on créera d'abord m-1 dépôts artificiels et, à l'étape 2, on ne considérera que les sommets dont l'ajout résulte en une tournée légale. Toutefois, si l'on se fie aux résultats de Golden et Stewart (1985) qui ont testé cette méthode sur le PVC, on peut s'attendre à d'assez piètres résultats pour les PT.

(ii) La méthode des gains (Clarke et Wright, 1964)

Il s'agit ici d'une méthode qui modifie graduellement des tournées comprenant chacune un seul client, vers des tournées en comprenant plusieurs. A chaque étape, l'algorithme fusionne deux tournées partielles selon le critère de la plus grande économie de distance engendrée. Dans la description de l'algorithme, on dénotera le dépôt par le sommet 0.

Étape 1. Calculer les **gains** $s_{ij} = c_{0i} + c_{j0} - c_{ij}$ pour $i,j=1,..,n$ et $i \neq j$. Constituer n tournées distinctes, comprenant un sommet chacune.

Étape 2. Ordonner les gains de façon décroissante.

Étape 3. À partir du plus grand gain jusqu'au plus petit, former graduellement des tournées en liant les sommets i et j correspondants. ∎

Le temps de calcul requis par cette procédure est de l'ordre de $n^2 \ell n(n)$, mais il est toutefois possible de le réduire grâce à une exploitation judicieuse des données (Golden *et al.*, 1977). Gaskell (1967), Yellow (1970) et Paessens (1988) présentent des variantes de cette méthode. Comme dans l'algorithme précédent, on peut traiter des problèmes comportant diverses contraintes, en interdisant certains choix à l'étape 3, empêchant ainsi la formation de tournées illégales. Nelson *et al.* (1985) ont programmé la méthode des gains de façon efficace, ce qui leur a permis de résoudre en un temps relativement court des problèmes comportant jusqu'à 1000 sommets. Tillman et Cain (1972) ont généralisé l'algorithme de Clarke et Wright au cas de plusieurs dépôts.

(iii) Les autres méthodes d'insertion (Rosenkrantz *et al.*, 1977)

Cette catégorie regroupe plusieurs algorithmes semblables dont la structure de base peut se résumer comme suit.

Étape 1. Constituer une tournée consistant du dépôt et d'un autre sommet.

Étape 2. Considérer successivement chacun des sommets ne faisant pas partie du tour. Insérer dans le tour un sommet choisi selon un critère déterminé, par exemple :

- celui qui engendre le plus petit accroissement de coût;
- celui qui est le plus proche du tour;
- celui qui est le plus éloigné du tour;
- celui qui forme le plus grand angle avec deux sommets consécutifs du tour, etc. ∎

Dépendant du critère choisi, la complexité de cette méthode varie entre $O(n^2)$ et $O(n^2 \ell n(n))$. Encore une fois, l'algorithme est passablement flexible et permet d'éviter des solutions irréalisables.

3.2 Les méthodes constructives en deux phases

Contrairement aux méthodes de construction globales, les méthodes en deux phases affectent d'abord les sommets du réseau aux véhicules et, dans une seconde étape, construisent les tournées une à une.

(i) La méthode de balayage (Gillett et Miller, 1974)

Étape 1. Choisir un sommet quelconque comme germe initial. Tracer un rayon du dépôt à ce sommet.

Étape 2. Faire pivoter le rayon autour du dépôt dans une direction donnée, jusqu'à ce que suffisamment de sommets aient été couverts. Le dernier sommet couvert devient le prochain germe. Répéter cette étape jusqu'à ce que tous les sommets aient été couverts.

Étape 3. Construire chaque tournée individuellement, en utilisant n'importe quel algorithme approprié. ∎

L'avantage de cette méthode réside dans sa simplicité. Elle convient bien à des PT avec capacités, i.e. à chaque sommet i est associée une demande d_i donnée et chaque véhicule k possède une capacité D_k. En effet, lors du balayage, il est facile de savoir quand s'arrêter puisqu'on connaît le moment où la capacité du véhicule est atteinte. Par contre, la méthode s'applique mal à des problèmes comportant des contraintes sur la durée des tournées ou des plages de temps, par exemple. Les algorithmes de Tyagi (1968) et de Christofides et al. (1979) appartiennent également à cette classe. Gillett et Johnson (1976) ainsi que Golden et al. (1977) proposent des adaptations de cet algorithme au cas de plusieurs dépôts.

(ii) **L'algorithme d'affectation généralisée** (Fisher et Jaikumar, 1978, 1981)

Cette méthode est conçue pour traiter des PT avec m véhicules et des contraintes de capacité. Moyennant des modifications mineures, on peut aussi tenir compte de certains autres types de contraintes.

Soit 0 : le sommet dépôt;

$N=\{1,\ldots,n\}$: l'ensemble des sommets à visiter;

c_{ij} : le coût de l'arc (i,j);

d_i : la demande du sommet i;

D_k : la capacité du véhicule k;

$$y_{ik} = \begin{cases} 1 & \text{si le sommet } i \text{ est desservi par le véhicule } k \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

$$x_{ij}^k = \begin{cases} 1 & \text{si à l'optimum, } i \text{ et } j \text{ sont deux sommets consécutifs dans la tournée du véhicule } k \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Le problème s'énonce alors comme suit :

$$\text{Minimiser} \sum_{i=0}^{n} \sum_{j=0}^{n} \sum_{k=1}^{m} c_{ij}\, x_{ij}^{k} \tag{1}$$

sous les contraintes :

$$\sum_{i=1}^{n} d_i y_{ik} \leq D_k \qquad (k=1,\ldots,m) \tag{2}$$

$$\sum_{k=1}^{m} y_{ik} = \begin{cases} m & (i=0) \\ 1 & (i=1,\ldots,n) \end{cases} \tag{3}$$

$$\sum_{i=0}^{n} x_{ij}^{k} = y_{jk} \qquad (j=0,\ldots,n;\ k=1,\ldots,m) \tag{4}$$

$$\sum_{j=0}^{n} x_{ij}^{k} = y_{ik} \qquad (i=0,\ldots,n;\ k=1,\ldots,m) \tag{5}$$

$$\sum_{i,j \in S} x_{ij}^{k} \leq |S|-1 \qquad (S \subset N;\ 2 \leq |S| \leq n-1;\ k=1,\ldots,m) \tag{6}$$

$$y_{ik} \in \{0,1\} \qquad (i=1,\ldots,n;\ k=1,\ldots,m) \tag{7}$$

$$x_{ij}^{k} \in \{0,1\} \qquad (i,j=0,\ldots,n;\ i \neq j;\ k=1,\ldots,m). \tag{8}$$

Dans ce modèle, les contraintes (2) assurent que la capacité des véhicules n'est jamais dépassée. Les contraintes (3) spécifient le degré de chaque sommet tandis que les contraintes (4) et (5) impliquent que le véhicule qui entre ou sort d'un sommet est toujours celui qui y est affecté. Les contraintes (6) empêchent la formation de sous-tours excluant le dépôt (Dantzig et al., 1954).

Cette formulation contient deux sous-problèmes classiques :

- un problème d'affectation généralisée (contraintes (2), (3) et (7));
- un PVC : pour des y_{ik} fixés, les contraintes (4)-(6) et (8) sont celles d'un PVC pour le véhicule k.

Fisher et Jaikumar proposent une méthode de résolution qui alterne entre les deux sous-problèmes à l'aide de coupes de Benders (1962) pour transmettre l'information d'un problème à l'autre. Cet algorithme possède l'avantage de toujours produire une solution réalisable. De plus, il converge en théorie vers l'optimum, bien que les temps de calcul qu'il requiert soient parfois longs; c'est pourquoi, en pratique, on se contentera souvent d'une solution sous-optimale obtenue en un nombre restreint d'itérations. Comme l'algorithme se décompose de façon naturelle en un problème d'affectation généralisée et en un PVC, on pourra aisément en améliorer la performance globale à mesure qu'évolueront les méthodes de résolution propres à chacun de ces sous-problèmes. Martello et Toth (1990) ainsi que Padberg et Rinaldi (1987) ont récemment proposé de telles améliorations algorithmiques. Miller et Pekny (1989) ont pour leur part résolu de façon exacte des PVC de grande taille en utilisant des méthodes de calcul en parallèle.

Fisher et Jaikumar font état de résultats numériques qui se comparent avantageusement à ceux obtenus par les algorithmes de Clarke et Wright ou de Gillett et Miller. De plus, l'application de cette méthode à des problèmes réels a permis à certains distributeurs américains de réaliser des économies appréciables (voir par exemple Fisher et al., 1982 ainsi que Bell et al., 1983).

3.3 **Les méthodes d'amélioration**

On utilise ces méthodes afin d'améliorer une solution connue, obtenue par n'importe quel procédé. Nous en décrirons succinctement trois grandes classes.

(i) **Les méthodes r-opt** (Lin, 1965)

Cette classe d'algorithmes fut initialement développée pour le PVC; elle s'applique aussi bien à tout problème combinatoire dont la solution consiste en une permutation de n objets.

Étape 1. Considérer un tour initial.

Étape 2. Enlever r arcs du tour et reconnecter les r chaînes restantes de toutes les façons possibles. Si une reconnection quelconque produit un tour de coût moindre, on considère ce tour comme nouvelle solution initiale et on répète l'étape 2. Sinon, on arrête. ∎

Pour un tour donné, le nombre de solutions candidates à considérer est de l'ordre de n^r puisqu'il y a $\binom{n}{r}$ façons d'enlever r arcs et r! façons de reconnecter les chaînes. C'est pourquoi en général, on se limite à r = 2 ou 3 (Christofides et Eilon (1972) traitent toutefois des valeurs de r égales à 4 ou 5). Cet algorithme a été amélioré par Lin et Kernighan (1973) et par Or (1976) qui propose une procédure réduite d'ordre n^2 donnant en pratique d'aussi bons résultats qu'un algorithme 3-opt (Golden et Stewart, 1985). Lorsqu'on applique cette méthode aux PT, on doit cependant s'assurer en tout temps que les solutions retenues demeurent réalisables.

(ii) **Les méthodes de recuit simulé** (Kirkpatrick et al., 1983)

Cette méthode d'améliorations successives tire son nom d'une analogie avec le processus de recuit de matériaux utilisé en mécanique (Metropolis et al., 1953). Pour amener un matériau à un état solide d'énergie minimale, on le chauffe suffisamment jusqu'à ce que les particules soient distribuées aléatoirement dans l'état liquide; puis, afin d'éviter des minima locaux, on en abaisse graduellement la température par paliers, jusqu'à ce que le système atteigne son état d'équilibre à l'intérieur d'un palier donné. À haute température T, on peut atteindre tous les états, mais à mesure que le système refroidit, le nombre de possibilités diminue et le processus finit par converger vers un état stable.

En optimisation combinatoire, on cherchera à passer d'une solution initiale donnée à une solution de coût minimum, en effectuant des modifications graduelles à la solution de départ. Dénotons par T l'état d'avancement du processus (T correspond à un palier de température dans un système physique). Au début, la valeur de T est élevée et le nombre de déplacements permis est grand. Ce nombre décroît à mesure que T diminue, jusqu'à ce qu'il ne soit plus possible de modifier la solution. On a alors atteint le minimum local recherché.

Pour une valeur de T donnée, l'algorithme est semblable à la procédure r-opt : on examine toutes les solutions y dans le voisinage d'une solution x donnée mais cependant, on permet parfois de substituer y à x, même si le coût de x est moindre que celui de y. Cette règle évite à l'algorithme de s'enliser dans un minimum local. La méthode s'applique sans difficulté à toute une gamme de problèmes d'optimisation combinatoire. On peut la résumer comme suit :

Étape 1. Considérer une solution initiale x de coût F(x).

Étape 2. Considérer une solution y dans le voisinage de x, et soit F(y) son coût. Si $F(y) < F(x)$, poser x égal à y (dénoté par $x := y$), comme nouvelle solution initiale et aller à l'étape 1. Si $F(y) > F(x)$, définir $p_T = \exp\{[F(x) - F(y)] / T\}$, où T est un paramètre qui tend vers 0 à mesure que le processus avance. Tirer au hasard un nombre r dans l'intervalle $[0,1]$. Si $r < p_T$, poser $x := y$ et passer à l'étape 1. Sinon, répéter l'étape 2 avec un nouveau y tiré du voisinage de x, ou arrêter si le voisinage de x a été complètement exploré. ∎

La méthode du recuit a été utilisée pour la résolution de plusieurs problèmes d'optimisation combinatoire. Son application en PVC par Golden et Skiscim (1986) et par Lutton et Bonomi (1986) semble avoir produit des résultats contradictoires (voir à ce sujet l'analyse de Soriano, 1989). Il est donc difficile de tirer des conclusions fermes sur l'efficacité du recuit simulé dans le cas des PT. Pour une description plus en profondeur de la méthode du recuit simulé, voir la bibliographie de Collins et al. (1989) ainsi que le rapport de Séguin (1988).

(iii) Les méthodes de recherche avec tabous (Glover, 1977, 1988; Glover et McMillan, 1986)

Comme dans les deux méthodes précédentes, on examine successivement des solutions voisines d'une solution x et, comme dans le cas du recuit simulé, on permet des détériorations de l'objectif pour éviter que le processus ne s'enlise dans un optimum local. Afin d'empêcher la procédure de cycler, on interdit des solutions déjà examinées que l'on place dans une liste "tabou" constamment mise à jour. On peut résumer la méthode en trois étapes :

Étape 1. Considérer une solution initiale x de coût F(x) et définir la liste tabou T comme l'ensemble vide.

Étape 2. Soit V(x) un voisinage de x. Si $V(x)\backslash T = \emptyset$, passer à l'étape 3. Sinon, identifier la solution y de moindre coût dans $V(x)\backslash T$ et poser x :=y. Mettre à jour la meilleure solution connue.

Étape 3. Si le nombre maximum d'itérations permises depuis le début du processus ou depuis la dernière mise à jour de la meilleure solution connue est atteint, alors arrêter. Sinon, mettre la liste T à jour et passer à l'étape 2. ∎

Le succès de la méthode dépend en bonne partie d'un ajustement judicieux de certains paramètres de contrôle. Pour plus de détails, consulter Soriano (1989).

Plusieurs auteurs ont appliqué avec succès des méthodes de recherche avec tabous à la résolution de divers problèmes d'optimisation combinatoire. De façon générale, elles produisent de meilleurs résultats que la méthode du recuit simulé. Voir à ce sujet les expériences de Hertz et de Werra (1987) sur le problème du coloriage de graphes ainsi que celles de Knox (1988) et de Malek (1988) dans le cas du PVC. Il s'agit donc d'une méthode générale fort prometteuse pour les PT.

4. ALGORITHMES EXACTS

Dans une étude récente, Laporte et Nobert (1987) ont classifié en trois grandes catégories les algorithmes exacts pour les PT :

1. les algorithmes d'énumération implicite;
2. la programmation dynamique;
3. la programmation linéaire en nombres entiers.

4.1 Les algorithmes d'énumération implicite

Ces méthodes consistent à construire graduellement une solution à l'aide d'un arbre d'**énumération implicite** (branch and bound). Il semble que Christofides et Eilon (1969) aient été les premiers à utiliser une telle approche pour résoudre des PT. Il existe deux façons fondamentales d'élaborer un algorithme d'énumération implicite pour les PT : (i) en branchant sur les arcs; (ii) en branchant sur les tournées de véhicules. Dans le premier cas, on choisit à chaque noeud de l'arbre d'énumération un arc (i,j) qui est soit inclus dans la solution, soit exclus. Cette approche s'inspire de l'algorithme de Little et al. (1963) pour le PVC. Dans le deuxième cas, on choisit à chaque niveau de l'arbre un sommet non encore inclus dans la solution et l'on crée une branche correspondant à chaque tournée de véhicule passant par ce sommet. C'est l'approche que décrit Christofides (1976). Cette façon de procéder produit des arbres peu profonds (le niveau maximum de l'arbre étant égal au nombre de tournées dans la solution), mais très évasés.

Pour les deux approches, on calcule pour chaque sous-problème une borne inférieure sur le coût de la solution optimale. La progression dans une branche de l'arbre d'énumération se termine lorsque cette borne est au moins égale à celle de la meilleure solution connue, ou lorsqu'il devient clair que le sous-problème est irréalisable. Il est donc utile d'entamer le processus avec une bonne solution réalisable (obtenue à l'aide d'un algorithme approximatif) et de calculer des bornes inférieures aussi élevées que possible sur la valeur de l'optimum. Christofides et al. (1981a) proposent deux classes de bornes inférieures de bonne qualité.

Les algorithmes d'énumération implicite sont, de façon générale, assez flexibles et permettent de prendre en compte une grande variété de contraintes. En fait, comme il s'agit de méthodes constructives, leur efficacité s'améliore à mesure que le nombre de contraintes augmente puisque le développement de l'arbre d'énumération devient alors plus restreint. Les expériences de calcul de Christofides (1976) et de Christofides et al. (1981a) indiquent qu'on peut résoudre avec ce type de méthode des problèmes comportant de 25 à 30 sommets.

4.2 La programmation dynamique

Eilon et al. (1971) furent parmi les premiers à proposer l'utilisation de la programmation dynamique pour la résolution des PT. Considérons des PT avec un dépôt au sommet 0, un ensemble de sommets $N=\{1,\ldots,n\}$ et m véhicules. Dénotons par c(S) le coût d'un tour simple passant par le dépôt et tous les sommets d'un sous-ensemble S de N. On désire minimiser

$$z = \sum_{j=1}^{m} c(S_j) \tag{9}$$

sur toutes les partitions réalisables $\{S_1,\ldots,S_m\}$ de N. Soit $f_k(U)$ le coût minimum du sous-problème défini sur $U \subseteq N$ et comportant k véhicules. On obtient alors le minimum recherché à partir de l'équation de récurrence suivante :

$$f_k(U) = \begin{cases} c(U) & (k=1) \\ \min\limits_{U^* \subseteq U \subseteq N} [f_{k-1}(U \backslash U^*) + c(U^*)] & (k>1)\,. \end{cases} \tag{10}$$

La valeur de l'optimum est égale à $f_m(N)$ et la solution correspond aux sous-ensembles U^* de (10) qui engendrent cette valeur.

Puisqu'il faut calculer $f_k(U)$ pour chaque valeur de k et pour chaque sous-ensemble U de N, cette approche produit en général trop d'états (U,k) pour qu'elle puisse être directement utilisable. On peut toutefois réduire le nombre d'états en faisant appel à des relations de dominance ou en utilisant des méthodes de relaxation d'états. Christofides et al. (1981b) décrivent de telles méthodes de relaxation et présentent des résultats pour des PT de 10 à 25 sommets. Plus récemment, Christofides (1985) a décrit des résultats qui confirment l'efficacité de cette approche pour les PT avec contraintes de capacité : la méthode de programmation dynamique avec relaxation d'états résout sans difficulté tout problème comportant 50 sommets ou moins. Des problèmes de 125 sommets furent également résolus en donnant des solutions distantes de moins de 2 % de l'optimum.

4.3 La programmation linéaire en nombres entiers

Plusieurs auteurs ont proposé des formulations de programmation linéaire en nombres entiers pour les PT. Parmi celles-ci, on retrouve (i) les formulations de partitionnement d'ensembles (Balinski et Quandt, 1964); (ii) les formulations de flux de véhicules ou de marchandises (Golden et al., 1977; Gavish et Graves, 1982; Laporte et Nobert, 1983; Laporte et al., 1985). Nous décrirons d'abord la formulation générale de partitionnement d'ensembles et ensuite, le modèle de Laporte et Nobert (1983).

(i) Formulations de partitionnement d'ensembles (Balinski et Quandt, 1964)

Cette approche requiert la définition d'une variable x_j correspondant à chaque tournée j possible et le calcul de son coût optimal c_j^*. Soit J l'ensemble de toutes les tournées considérées. On définit un coefficient binaire de la façon suivante :

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si le sommet } i \in N \text{ appartient à la tournée } j; \\ 0 & \text{sinon .} \end{cases}$$

Le modèle de partitionnement d'ensembles s'énonce alors comme suit:

$$\text{Minimiser} \quad \sum_{j \in J} c_j^* x_j \qquad (11)$$

sous les contraintes

$$\sum_{j \in J} a_{ij} x_j = 1 \qquad (i \in N) \qquad (12)$$

$$x_j \in \{0,1\} \qquad (j \in J). \qquad (13)$$

Cette approche comporte deux désavantages principaux : le nombre de variables x_j est dans la plupart des cas astronomique et le calcul des c_j^* peut s'avérer fort complexe. Par exemple, dans le cas du PT sous contraintes de capacité, c_j^* correspond à la valeur optimale d'un PVC sur tous les sommets de la tournée j. Pour résoudre un tel modèle, on a généralement recours à des techniques de génération de colonnes qui permettent de ne considérer qu'un nombre restreint de variables à la fois. C'est l'approche qu'ont utilisée avec succès Cullen et al. (1981) ainsi que Desrosiers et al. (1984) et Desrochers et al. (1990). Ces derniers auteurs ont ainsi pu résoudre des problèmes avec contraintes de plages horaires de grande taille. Agarwal et al. (1989) ont également appliqué ce type de méthode à des PT avec contraintes de capacité sur les véhicules.

(ii) Formulations de flux de véhicules (Laporte et Nobert, 1983)

Nous présentons maintenant un modèle de flux de véhicules proposé par Laporte et Nobert (1983) pour des PT symétriques (caractérisés par $c_{ij} = c_{ij}$ pour tout $i, j \in N \cup \{0\}$), sous des contraintes de capacité. Ce modèle est ainsi appelé parce que ses variables x_{ij} correspondent à un flux ou au passage d'un véhicule sur l'arc (i,j). Soit

m : le nombre de tournées dans la solution;
d_i: la demande du sommet i;
D : la capacité d'un véhicule.

On définit de plus, pour $i<j$, les variables

$$x_{ij} = \begin{cases} 2 & \text{si } i=0 \text{ et qu'un véhicule effectue un aller-retour entre le dépôt et le sommet } j; \\ 1 & \text{si } i,j \in N \text{ et que l'arc soit emprunté par un véhicule;} \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Le modèle s'énonce comme suit :

$$\text{Minimiser} \quad \sum_{i<j} c_{ij}\, x_{ij} \qquad (14)$$

sous les contraintes :

$$\sum_{j=1}^{n} x_{0j} = 2m \qquad (15)$$

$$\sum_{i<k} x_{ik} + \sum_{j>k} x_{kj} = 2 \qquad (k \in N) \qquad (16)$$

$$\sum_{\substack{i \in S,\, j \notin S \\ \text{ou } i \notin S,\, j \in S}} x_{ij} \geq 2 \left\lceil \frac{\sum_{i \in S} d_i}{D} \right\rceil \qquad (S \subseteq N;\ |S| \geq 3) \qquad (17)$$

$$x_{0j} \in \{0,1,2\} \qquad (j \in N) \qquad (18)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \qquad (i,j \in N). \qquad (19)$$

Dans ce modèle, la contrainte (15) définit le degré du sommet dépôt; i.e. le nombre de fois qu'un véhicule sort du dépôt ou y entre. Les contraintes (16) indiquent que tout sommet autre que le dépôt aura un degré égal à 2 puisqu'un véhicule doit y entrer et en sortir. Les contraintes (17) sont des contraintes de **connectivité.** Dans ces contraintes, $\lceil r \rceil$ est la fonction du plus petit entier supérieur ou égal à r. L'expression $\left\lceil \frac{\sum_{i \in S} d_i}{D} \right\rceil$ constitue une borne inférieure sur le nombre de véhicules requis pour desservir le sous-ensemble de sommets S. Le membre droit de (17) représente donc le minimum d'allers-retours entre S et son complément. Ces contraintes assurent que tout sous-ensemble S de N sera relié à son complément et que la demande totale de chaque tournée ne dépassera pas la capacité du véhicule.

Laporte et Nobert (1983) proposent de résoudre ce modèle à l'aide d'un algorithme de relaxation de contraintes :

<u>Étape 1</u>. Définir un premier sous-problème ne comportant que les contraintes de degré [(15) et (16)], ainsi que les bornes sur les variables. Insérer ce sous-problème dans une liste. Soit z^*, la valeur de la meilleure solution connue (si aucune solution n'est connue, on pose $z^* = \infty$).

<u>Étape 2</u>. Si la liste ne contient aucun sous-problème, arrêter. Sinon, en extraire le prochain sous-problème à résoudre.

<u>Étape 3</u>. Résoudre le sous-problème. Soit $\bar{z}$ la valeur de sa solution.

<u>Étape 4</u>. Si $\bar{z} \geq z^*$, éliminer le sous-problème en main et passer à l'étape 2. Sinon, vérifier s'il est possible d'engendrer des contraintes de connectivité (17) non satisfaites. Dans l'affirmative, engendrer une ou plusieurs contraintes de connectivité et retourner à l'étape 3. Si aucune contrainte de connectivité ne peut être engendrée, vérifier si la solution est entière. Si oui, mettre à jour la valeur de z^* et passer à l'étape 2. Sinon, créer deux sous-problèmes en branchant sur une variable fractionnaire, insérer ces sous-problèmes dans la liste et aller à l'étape 2. ∎

Laporte et Nobert (1983) ont utilisé cette approche pour résoudre des PT comportant jusqu'à 60 sommets. Ce modèle a par la suite été généralisé à des PT comportant également des contraintes de durée (Laporte <u>et al</u>., 1985) et à des PT asymétriques sous des contraintes de capacité (Laporte <u>et al</u>., 1986) et de durée (Laporte <u>et al</u>., 1987). De façon générale, un tel algorithme de relaxation s'avère plus efficace pour des problèmes faiblement contraints, puisque le nombre de contraintes de connectivité engendrées à l'étape 4 se trouve alors réduit. Il convient de noter ici que dans l'ensemble, les algorithmes d'énumération implicite, la programmation dynamique et les modèles de partitionnement d'ensembles sont plus appropriés dans le cas de problèmes fortement contraints.

5. L'UTILISATION DE LOGICIELS EN DISTRIBUTIQUE

On assiste, depuis une dizaine d'années, à la prolifération et à la mise en marché de logiciels spécialement conçus pour la résolution de problèmes de distribution. Ce phénomène s'explique surtout par l'amélioration constante des algorithmes et par le développement effréné de la micro-informatique (voir à ce sujet Gomory, 1986). La taille et la complexité des problèmes qu'on peut maintenant résoudre de façon routinière ne cessent de s'accroître.

Dans un article écrit en 1986, Golden et al. ont analysé plusieurs logiciels commerciaux. Nous résumons ici leurs principales conclusions :

(i) ces logiciels sont en général bon marché : les plus simples se vendent à moins de 5 000 $ (les plus sophistiqués peuvent coûter plus de 10 000 $);

(ii) la plupart des logiciels résolvent des PT comportant un seul dépôt et des plages horaires de livraison. Ils permettent de tenir compte de temps de livraison différents pour chaque client. Certains logiciels sont adaptés à des problèmes mixtes de cueillette et livraison, d'autres permettent des horaires variables d'un véhicule à l'autre, des vitesses qui changent selon les zones géographiques, etc.;

(iii) les algorithmes sous-jacents à tous ces logiciels sont approximatifs;

(iv) les logiciels les plus sophistiqués permettent l'affichage graphique des solutions ainsi que l'interaction avec l'usager.

Plusieurs chercheurs universitaires ont également développé des logiciels de grande qualité, sans nécessairement les mettre sur le marché. La thèse de Sørensen (1986) et celle de Lukka (1987) en constituent des exemples intéressants.

Au-delà des difficultés purement algorithmiques, il semble que l'un des problèmes majeurs associés à ces logiciels soit l'estimation de la distance et du temps de voyage entre deux points, à partir de leurs coordonnées géographiques. De plus, la mise à jour des données et la gestion du système engendrent parfois des coûts appréciables qui grugent une bonne partie des bénéfices attribuables à la mise en place d'un système informatisé (voir à ce sujet Mathews et Waters, 1986). Dans un autre ordre d'idées, Rousseau (1988) signale que les logiciels "tout usage" conviennent rarement aux besoins spécifiques des utilisateurs et préconise plutôt le développement de logiciels "taillés sur mesure" et adaptés à chaque contexte. Le développement de **systèmes experts** qui permettent de choisir l'algorithme le plus approprié à la structure du problème considéré, pourrait s'avérer une réponse en ce sens (Potvin, 1987; Potvin et al., 1989a, 1989b).

Malgré ces remarques, il reste que l'utilisation par l'entreprise de logiciels pour les problèmes de cueillette et livraison se généralise de plus en plus et a donné lieu, dans certains cas, à des succès éclatants. Ainsi, l'utilisation du logiciel ROVER a produit

- chez Du Pont Inc., des économies annuelles moyennes de 6 à 7,5 % (de l'ordre de 1,5 $ millions à 1,7 $ millions) pour un système comportant 3500 clients, 340 véhicules et 23 dépôts

(Fisher et al., 1982);

- chez Air Products and Chemicals, une réduction des coûts de distribution de 15 %; le système de distribution comprenait dans ce cas 2 usines, 5 dépôts, 50 tournées de livraison à 1 500 clients répartis en 1 000 villes (Bell et al., 1983).

Yano et al. (1987) ont implanté sur micro-ordinateur un **algorithme exact** basé sur la résolution d'un problème de recouvrement d'ensembles et l'ont appliqué à la résolution d'un problème de 40 clients, 11 véhicules et un seul dépôt. L'implantation du système chez Quality Stores a engendré en 1986 des économies de 450 000 $.

L'utilisation d'un système informatisé développé par Evans et Norback (1985) a permis de réduire de 10,7 % les coûts variables de distribution chez Kraft. Il s'agit ici d'un problème à dépôt unique, avec un nombre quotidien de clients variant entre 150 et 250 et comportant de 13 à 18 véhicules.

Belardo et al. (1985) ont développé pour Southland Corporation un système interactif-graphique qui a permis d'éliminer une des 35 tournées de livraison utilisée par cette société pour desservir ses 7 000 magasins.

Brown et al. (1987) ont mis au point et implanté chez Mobil Oil un système de répartition assisté par ordinateur. Le logiciel repose sur l'utilisation en temps réel d'algorithmes de programmation linéaire en nombres entiers. Il est utilisé pour la planification d'un système de distribution de très grande taille : 600 000 livraisons par année à partir de 120 dépôts et utilisant 430 véhicules. On estime que les économies engendrées par l'utilisation du système se chiffrent à 2-3 $ millions par année.

Finalement, dans un article récent, Golden et Wasil (1987) décrivent l'utilisation chez des distributeurs de lait et de boissons gazeuses, de divers logiciels de distribution (ROADNET, TRUCKSTOPS et MICRO VEH PLAN). Ils font état des économies significatives qui furent réalisées dans chaque cas. Les auteurs concluent que les logiciels disponibles sur le marché permettent de réduire les coûts de distribution et d'améliorer le service à la clientèle. Cependant, à mesure que la complexité des problèmes de distribution s'accroît, il peut s'avérer nécessaire de modifier les logiciels de base pour mieux les adapter aux besoins du distributeur.

6. CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES DE RECHERCHE

La distributique constitue une fonction complexe et fort coûteuse dans plusieurs entreprises et la nécessité de la gérer de façon plus rationnelle et efficace n'est plus à démontrer. Les progrès accomplis depuis vingt ans par les spécialistes de la recherche opérationnelle sont en ce sens remarquables. Ainsi, on dispose aujourd'hui:

- d'algorithmes approximatifs robustes et faciles à implanter qui peuvent être adaptés aux situations les plus variées;

- d'algorithmes exacts sophistiqués qui ont permis dans certains cas de résoudre des problèmes concrets de grande taille;

- d'algorithmes interactifs multi-critères (Park et Koelling, 1989);

- de logiciels interactifs-graphiques dont l'utilisation chez plusieurs distributeurs a donné lieu à des économies appréciables.

On peut d'ores et déjà prévoir que d'autres percées importantes surviendront au cours des prochaines années, et ceci pour quatre raisons principales :

(i) les chercheurs continuent à mettre au point des algorithmes de plus en plus puissants qui prennent en compte un nombre accru de données et de contraintes;

(ii) la vitesse d'exécution et l'espace-mémoire des micro-ordinateurs augmentent sans cesse;

(iii) on produit du matériel informatique et des logiciels interactifs graphiques de plus en plus conviviaux et dont les coûts ont tendance à diminuer et

(iv) l'informatique est maintenant accessible à la petite entreprise et les gestionnaires de la distributique sont plus convaincus que jamais de la nécessité d'utiliser des systèmes informatisés.

Sur le plan de la recherche, on peut prévoir plusieurs développements. En effet, certaines approches algorithmiques, comme les méthodes de recherche avec tabous, méritent d'être expérimentées dans le contexte des PT. Ces méthodes produisent déjà d'excellents résultats sur plusieurs problèmes d'optimisation combinatoire difficiles et on voit mal pourquoi il en irait autrement pour les problèmes de distribution. De plus, les progrès algorithmiques récents ont permis non seulement de résoudre des problèmes de plus grande taille, mais également d'accroître le degré de réalisme des modèles traités. On n'a pour s'en convaincre qu'à consulter la table des matières du dernier volume de Golden et Assad (1988) ou, par exemple, certains articles récents portant sur les PT avec demandes stochastiques (Dror et al., 1989) ou sur les problèmes mixtes de localisation et de tournées (Laporte, 1988). Cette tendance devrait vraisemblablement se poursuivre. Finalement, le développement des méthodes de calcul en parallèle et celui des systèmes experts pour la résolution des PT n'en sont encore qu'au stade embryonnaire, mais ils devraient constituer deux voies de recherche privilégiées au cours des prochaines années.

REMERCIEMENTS

Ce travail a bénéficié du support financier du Conseil de recherches en sciences naturelles et en génie du Canada (octroi A4747). L'auteur remercie Messieurs Guy Picard et Patrick Soriano de leur collaboration.

RÉFÉRENCES

AGARWAL, Y., MATHUR, K., SALKIN, H.M. (1989), "A Set-Partitioning-Based Algorithm for the Vehicle Routing Problem", Networks 19, 731-750.

ASSAD, A.A. (1988), "Modeling and Implementation Issues in Vehicle Routing", in B.L. Golden et A.A. Assad, éds., Vehicle Routing: Methods and Studies, North-Holland, Amsterdam, 7-46.

BALINSKI, M., QUANDT, R. (1964), "On an Integer Program for a Delivery Problem", Operations Research 12, 300-304.

BELARDO, S., DUCHESSI, P., SEAGLE, J. (1985), "Microcomputer Graphics in Support of Vehicle Fleet Routing", Interfaces 15, 84-92.

BELL, W., DALBERTO, L., FISHER, M., GREENFIELD, A., JAIKUMAR, R., KEDIA, P., MACK, R., PRUTZMAN, P. (1983), "Improving the Distribution of Industrial Gases with an On-Line Computerized Routing and Scheduling System", Interfaces 13, 4-23.

BENDERS, J.F. (1962), "Partitioning Procedures for Solving Mixed-Variables Programming Problems", Numerische Mathematik 4, 238-252.

BODIN, L.D., GOLDEN, B.L. (1981), "Classification in Vehicle Routing and Scheduling", Networks 11, 97-108.

BODIN, L.D., GOLDEN, B.L., ASSAD, A.A., BALL, M.O. (1983), "Routing and Scheduling of Vehicles and Crews. The State of the Art", Computers & Operations Research 10, 69-211.

BOTT, K., BALLOU, R. (1986), "Research Perspectives in Vehicle Routing", Transportation Research A 20, 239-243.

BROWN, G., ELLIS, C., GRAVES, G., RONEN, D. (1987), "Real-Time Wide Area Dispatch of Mobil Tank Trucks", Interfaces 17, 107-120.

CHRISTOFIDES, N. (1976), "The Vehicle Routing Problem", RAIRO (recherche opérationnelle) 10, 55-70.

CHRISTOFIDES, N. (1985), "Vehicle Scheduling and Routing", 12th International Symposium on Mathematical Programming, Cambridge, Massachusetts.

CHRISTOFIDES, N., EILON, S. (1969), "An Algorithm for the Vehicle Dispatching Problem", Operational Research Quarterly 20, 309-318.

CHRISTOFIDES, N., EILON, S. (1972), "Algorithms for Large-Scale Travelling Salesman Problems", Operational Research Quarterly 23, 511-518.

CHRISTOFIDES, N., MINGOZZI, A., TOTH, P. (1979), "The Vehicle Routing Problem", in N. Christofides, A. Mingozzi, P. Toth et C. Sandi, éds., Combinatorial Optimization, Wiley, Chichester, 315-338.

CHRISTOFIDES, N., MINGOZZI, A., TOTH, P. (1981a), "Exact Algorithms for the Vehicle Routing Problem, Based on Spanning Tree Shortest Path Relaxations", Mathematical Programming 20, 255-282.

CHRISTOFIDES, N., MINGOZZI, A., TOTH, P. (1981b), "State Space Relaxation Procedures for the Computation of Bounds to Routing Problems", Networks 11, 145-164.

CLARKE, G., WRIGHT, J.W. (1964), "Scheduling of Vehicles from a Central Depot to a Number of Delivery Points", Operations Research 12, 568-581.

COLLINS, N.E., EGLESE, R.W., GOLDEN, B.L. (1989), "Simulated Annealing - An Annotated Bibliography", American Journal of Mathematical and Management Sciences 8, 209-307.

CULLEN, F.H., JARVIS, J.J., RATLIFF, H.D. (1981), "Set Partitioning Based Heuristics for Interactive Routing", Networks 11, 109-124.

DANTZIG, G.B., FULKERSON, D.R., JOHNSON, S.M. (1954), "Solution of a Large Scale Traveling Salesman Problem", Operations Research 12, 568-581.

DEJAX, P.J. (1988), "A Methodology for Warehouse Location and Distribution Systems Planning", in L. Bianco et A. LaBella, éds., Freight Transport Planning and Logistics, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, Springer-Verlag, Berlin et Heidelberg, 289-318.

DESROCHERS, M., DESROSIERS, J., SOLOMON, M. (1990), "Using Column Generation to Solve Vehicle Routing Problems with Time Windows", Cahier du GERAD G-90-08, École des Hautes Études Commerciales de Montréal.

DESROSIERS, J., SOUMIS, F., DESROCHERS, M. (1984), "Routing with Time Windows by Column Generation", Networks 14, 545-565.

DROR, M., LAPORTE, G., TRUDEAU, P. (1989), "Vehicle Routing with Stochastic Demands: Properties and Solution Frameworks", Transportation Science 23, 166-176.

EILON, S., WATSON-GANDY, C.D.T., CHRISTOFIDES, N. (1971), Distribution Management: Mathematical Modelling and Practical Analysis, Griffin, London.

EISELT, H.A., LAPORTE, G. (1989), "Integrated Planning in Distribution Systems", International Journal of Physical Distribution and Materials Management 19, 14-19.

EVANS, S., NORBACK, J. (1985), "The Impact of a Decision-Support System for Vehicle Routing in a Road Service Supply Situation", Journal of the Operational Research Society 36, 467-472.

FISHER, M., GREENFIELD, R., JAIKUMAR, R., LESTER, J. (1982), "A Computerized Vehicle Routing Application", Interfaces 12, 42-52.

FISHER, M, JAIKUMAR, R. (1978), "A Decomposition Algorithm for Large-Scale Vehicle Routing", Working paper 78-11-05, Department of Decision Sciences, University of Pennsylvania.

FISHER, M., JAIKUMAR, R. (1981), "A Generalized Assignment Heuristic for Vehicle Routing", Networks 11, 109-124.

GASKELL, T. (1967), "Bases for Vehicle Fleet Scheduling", Operational Research Quarterly 18, 281-295.

GAVISH, B., GRAVES, S.C. (1982), "Scheduling and Routing in Transportation and Distribution Systems: Formulations and New Relaxations", Working paper, Graduate School of Management, University of Rochester.

GILLETT, B., JOHNSON, J. (1976), "Multi-Terminal Vehicle - Dispatch Algorithm", Omega 4, 711-718.

GILLETT, B., MILLER, L. (1974), "A Heuristic Algorithm for the Vehicle Dispatch Problem", Operations Research 22, 340-349.

GLOVER, F. (1977), "Heuristic for Integer Programming Using Surrogate Constraints", Decision Sciences 8, 156-166.

GLOVER, F. (1988), "Tabu Search", Report 88-3, Center for Applied Artificial Intelligence (CAAI), Graduate School of Business, University of Colorado.

GLOVER, F., McMILLAN, C. (1986), "The General Employee Scheduling Problem: An Integration of MS and AI", Computers & Operations Research 13, 563-573.

GOLDEN, B.L., ASSAD, A.A. (1986), "Perspectives on Vehicle Routing: Exciting New Developments", Operations Research 34, 803-810.

GOLDEN, B.L., ASSAD, A.A. (1988), Vehicle Routing: Methods and Studies, North-Holland, Amsterdam.

GOLDEN, B.L., BODIN, L.D., GOODWIN, T. (1986), "Microcomputer-Based Vehicle Routing and Scheduling Software", Computers & Operations Research 13, 277-285.

GOLDEN, B.L., MAGNANTI, T.L., NGUYEN, H.Q. (1977), "Implementing Vehicle Routing Algorithms", Networks 7, 113-148.

GOLDEN, B.L., SKISCIM, C.C. (1986), "Using Simulated Annealing to Solve Routing and Location Problems", Naval Research Logistics Quarterly 33, 261-280.

GOLDEN, B.L., STEWART, W.R. (1985), "Empirical Analysis of Heuristics", in E.L. Lawler, J.K. Lenstra, A.H.G. Rinnooy Kan, D.B. Schmoys, éds., The Traveling Salesman Problem. A Guided Tour of Combinatorial Optimization, Wiley, Chichester.

GOLDEN, B.L., WASIL, E.A. (1987), "Computerized Vehicle Routing in the Soft Drink Industry", Operations Research 35, 6-17.

GOMORY, R.E. (1986), "Trends in Computers", European Journal of Operational Research 26, 330-340.

HERTZ, A., de WERRA, D. (1987), "Using Tabu Search for Graph Coloring", Computing 39, 345-351.

KIRKPATRICK, S., GELATT, C.D. Jr., VECCHI, M.P. (1983), "Optimization by Simulated Annealing", Science 220, 671-680.

KNOX, J. (1988), "An Application of TABU Search to the Symmetric Traveling Salesman Problem", Ph.D. Thesis, Center for Applied Artificial Intelligence (CAAI), Graduate School of Business, University of Colorado.

LaLONDE, B.J., ZINSZER, P.H. (1976), "Customer Service: Meaning and Measurement", National Council of Physical Distribution Management, Chicago, Illinois.

LAPORTE, G. (1988), "Location-Routing Problems", in B.L. Golden et A.A. Assad, éds., Vehicle Routing: Methods and Studies, North-Holland, Amsterdam, 163-198.

LAPORTE, G., DEJAX, P.J. (1989), "Dynamic Location-Routeing Problems", Journal of the Operational Research Society 40, 471-482.

LAPORTE, G., LOUVEAUX, F., MERCURE, H. (1989), "Models and Exact Solutions for a Class of Stochastic Location-Routing Problems", European Journal of Operational Research 39, 71-78.

LAPORTE, G., MERCURE, H., NOBERT, Y. (1986), "An Exact Algorithm for the Asymmetrical Capacitated Vehicle Routing Problem", Networks 16, 33-46.

LAPORTE, G., NOBERT, Y. (1983), "A Branch and Bound Algorithm for the Capacitated Vehicle Routing Problem", Operations Research Spektrum 5, 77-85.

LAPORTE, G., NOBERT, Y. (1987), "Exact Algorithms for the Vehicle Routing Problem", in S. Martello, G. Laporte, M. Minoux, C. Ribeiro, éds., Surveys in Combinatorial Optimization, North-Holland, Amsterdam, 147-184.

LAPORTE, G., NOBERT, Y., DESROCHERS, M. (1985), "Optimal Routing under Capacity and Distance Restrictions", Operations Research 33, 1050-1073.

LAPORTE, G., NOBERT, Y., TAILLEFER, S. (1987), "A Branch-and-Bound Algorithm for the Asymmetrical Distance-Constrained Vehicle Routing Problem", Mathematical Modelling 9, 857-868.

LENSTRA, J.K., RINNOOY KAN, A.H.G. (1975), "Some Simple Applications of the Travelling Salesman Problem", Operational Research Quarterly 26, 717-734.

LENSTRA, J.K., RINNOOY KAN, A.H.G. (1981), "Complexity of Vehicle Routing and Scheduling Problems", Networks 11, 221-228.

LIN, S. (1965), "Computer Solutions of the Traveling Salesman Problem", Bell System Technical Journal 44, 2245-2269.

LIN, S., KERNIGHAN, B. (1973), "An Effective Heuristic Algorithm for the Traveling Salesman Problem", Operations Research 21, 498-516.

LITTLE, J.D.C., MURTY, K.G., SWEENEY, D.W., KAREL, C. (1963), "An Algorithm for the Traveling Salesman Problem", Operations Research 11, 972-989.

LUKKA, A. (1987), "On Method and System Design for a Problem in Vehicle Routing and Scheduling", Academic Dissertation, Lappeenranta University of Technology, Finlande.

LUTTON, J.L., BONOMI, E. (1986), "Simulated Annealing Algorithm for the Minimum Weighted Perfect Euclidean Matching Problem", RAIRO (recherche opérationnelle) 20, 177-197.

MALEK, M. (1988), "Search Methods for Traveling Salesman problems", Working Paper, University of Texas, Austin.

MARTELLO, S., TOTH, P. (1990), "Generalized Assignment Problem", in S. Martello et P. Toth, éds., Knapsack Problems: Algorithms and Computer Implementations, Wiley, Chichester, 213-246.

MATHEWS, B.P., WATERS, C.D.J. (1986), "Computerized Routeing for Community Nurses - a Pilot Study", Journal of the Operational Research Society 37, 677-684.

MENGER, K. (1932), "Das Botenproblem", in K. Menger, éd., Ergebnisse eines Mathematischen Kolloquiums 2, Teubner, Leipzig.

MERCER, A., CANTLEY, M.F., RAND, G.K. (1978), Operational Distribution Research, Taylor and Francis, London.

METROPOLIS, N., ROSENBLUTH, A.W., ROSENBLUTH, M.N., TELLER, A.H., TELLER, E. (1953), "Equation of State Calculations by Fast Computing Machines", Journal of Chemical Physics 21, 1087-1091.

MILLER, D.L., PEKNY, J.F. (1989), "Results from a Parallel Branch and Bound Algorithm for the Asymmetric Traveling Salesman Problem", Operations Research Letters 8, 129-135.

NELSON, M.D., NYGARD, K.E., GRIFFIN, J.H., SHREVE, W.E. (1985), "Implementation Techniques for the Vehicle Routing Problem", Computers & Operations Research 12, 273-283.

O.C.D.E. (1989), "Annales statistiques de transport 1965-1986", Conférence européenne des ministres des Transports, Publications de l'O.C.D.E., Paris.

OR, I. (1976), "Traveling Salesman-Type Combinatorial Problems and their Relation to the Logistics of Regional Blood Banking", Doctoral dissertation, Northwestern University, Evanston, Illinois.

PADBERG, M., RINALDI, G. (1987), "Optimization of a 532-City Symmetric Traveling Salesman Problem by Branch and Cut", Operations Research Letters 6, 1-7.

PAESSENS, H. (1988), "The Savings Algorithm for the Vehicle Routing Problem", European Journal of Operational Research 34, 336-344.

PARK, Y.B., KOELLING, C.P. (1989), "An Interactive Computerized Algorithm for Multicriteria Vehicle Routing Problems", Computers & Industrial Engineering 16, 477-490.

PICARD, G. (1987), "FRET : Un modèle de simulation des flux de marchandises au Canada", Thèse de doctorat, département de Sciences économiques, Université de Montréal, Publication #539, Centre de recherche sur les transports.

POTVIN, J.-Y. (1987), "Un système informatique pour le développement et l'expérimentation d'algorithmes de génération de tournées", Thèse de doctorat, Département d'Informatique et de Recherche opérationnelle, Université de Montréal, Publication #522, Centre de recherche sur les transports.

POTVIN, J.-Y., LAPALME, G., ROUSSEAU, J.-M. (1989a), "Integration of AI and OR Techniques for Computer-Aided Algorithmic Design in the Vehicle Routing Domain", Proceedings of the 2nd International Conference on Industrial and Engineering Applications of Artificial Intelligence and Expert Systems (IEA/AIE-89), Tullahoma, Tennessee.

POTVIN, J.-Y., LAPALME, G., ROUSSEAU, J.-M. (1989b), "ALTO: A Computer System for the Design of Vehicle Routing Algorithms", Computers & Operations Research 16, 451-470.

ROSENKRANTZ, D., STERNS, R., LEWIS, P. (1977), "An Analysis of Several Heuristics for the Traveling Salesman Problem", SIAM Journal of Computing 6, 563-581.

ROUSSEAU, J.-M. (1988), "Customization versus a General Purpose Code for Routing and Scheduling Problem: A Point of View", in B.L. Golden et A.A. Assad, éds., Vehicle Routing: Methods and Studies, North-Holland, Amsterdam, 469-479.

SÉGUIN, R. (1988), "Les algorithmes de recuit simulé en optimisation combinatoire", Publication #595, Centre de recherche sur les transports, Université de Montréal.

SØRENSEN, B. (1986), "Interactive Distribution Planning", Thèse de doctorat, The Technical University of Denmark, Lyngby, Danemark.

SORIANO, P. (1989), "Étude des nouvelles avenues de recherche proposées en optimisation combinatoire", Publication #619, Centre de recherche sur les transports, Université de Montréal.

TILLMAN, F., CAIN, T. (1972), "An Upper Bounding Algorithm for the Single and Multiple Terminal Delivery Problem", Management Science 18, 664-682.

TYAGI, M. (1968), "A Practical Method for the Truck Dispatching Problem", Journal of the Operations Research Society of Japan 10, 76-92.

WATSON-GANDY, C.D.T., DOHRN, P.J. (1973), "Depot Location with Van Salesman - A Practical Approach", _Omega_ 1, 321-329.

WEBER, A. (1909), _Über den Standort der Industrien_, J.C.B. Cohr, Tübingen.

YANO, C.A., CHAN, T.J., KAPLAN RITCHER, L., CUTLER, T., MURTY, K.G., McGETTIGAN, D. (1987), "Vehicle Routing at Quality Stores", _Interfaces_ 17, 52-63.

YELLOW, P. (1970), "A Computational Modification to the Savings Method of Vehicle Scheduling", _Operational Research Quarterly_ 21, 281-283.