Les Cahiers Scientifiques du Transport
pp. 71-96 N° 27/1993
Veniamin LIVSHITS
Les méthodes mathématiques utilisées dans la politique des transports en URSS et dans la CEI

Les méthodes mathématiques utilisées dans la politique des transports en URSS et dans la CEI

Veniamin LIVSHITS
Moscou

'Par des constructions purement mathématiques, nous pouvons trouver des concepts et les liens entre eux qui nous donneront la clef pour comprendre la nature'.

Albert Einstein

Cet article contient une brève analyse des étapes de l'utilisation des méthodes mathématiques pour l'élaboration des plans et le développement des transports en usage en URSS (durant la période de l'existance de l'Etat) et des méthodes actuellement en émergence dans la CEI.

Préface

Les transports en URSS constituent une des branches importantes de l'économie nationale. Leur but essentiel est la satisfaction des besoins de la production et ceux de la population dans le domaine du transport de marchandises et des passagers à temps et avec une bonne qualité.

C'est une branche assez spécifique et ses spécificités (qui sont examinées en détail dans plusieurs ouvrages, par exemple Livshits, 1986) ont également déterminé l'existence actuelle d'un champ étendu de formulations des problèmes, de modèles et de méthodes mathématiques. Il est commode de les analyser rétrospectivement, c'est-à-dire en caractérisant les principales étapes du développement du processus de l'utilisation des méthodes mathématiques dans le domaine des transports en URSS.

Soulignons d'abord trois points :

1. L'économie nationale de l'URSS était basée durant presque toute la période de son existence (1917-1991) sur le système centralisé de planification impérative et de gestion d'établissements, de branches industrielles et de l'économie nationale. L'Etat était le propriétaire unique des transports et de l'industrie.

2. En tant que branche de l'infrastructure, le transport ne produit pas de biens matériels, mais rend des services spéciaux. Pour cette raison, sa fonction principale (et le critère de l'optimum de sa politique) était la suivante : le transport devait effectuer le trafic nécessaire des marchandises et des passagers, en satisfaisant un niveau fixe de qualité à condition que les frais nationaux soient minimums étant donné un volume des ressources limite fixé pour cette branche selon le plan du développement de l'économie nationale.

L'utilisation des méthodes et des modèles mathématiques était orientée conformément à cette thèse vers la recherche de la variante la plus avantageuse de réalisation de la politique des transports. Il s'agissait d'une répartition centralisée du trafic entre les modes de transports et dans chacun d'eux. Le choix d'une telle politique à court et à long terme d'investissements, d'innovations et d'amortissements, dépend du fait que les frais de transport soient au niveau de l'économie nationale.

3. Pour comparer les effets sur plusieurs années, il faut utiliser l'actualisation, comme cela se fait dans le monde entier (Blanquier, 1984 ; Quinet, 1990, etc.). Le taux d'actualisation est égal au niveau normatif fixé par les organismes centraux de gestion.

L'histoire assez courte (30 ans à peu près) des recherches et de l'utilisation des méthodes mathématiques en URSS peut être assez nettement divisée en 4 étapes ([1]).

1. Etape initiale

Cette étape qui a duré de la fin des années 50 jusqu'à la moitié des années 60 peut être intitulée "romantisme du début de l'utilisation des méthodes mathématiques dans les transports". C'est dans cette période d'espoir que l'on voit naître les centres collectifs de calcul. Les mathématiciens professionnels ont commencé à s'occuper des problèmes de simulation et d'élaboration d'algorithmes appliqués aux transports. Au niveau supérieur de la gestion de l'économie nationale - au Comité de Planification de l'Etat (GOSPLAN) - a été créé le département de l'utilisation des méthodes économiques et mathématiques. Les étudiants de divers instituts ont commencé à suivre des cours tels que "Cybernétique économique", "Utilisation des méthodes mathématiques dans les transports", "Recherche opérationnelle", "Programmation mathématique", etc.

[1]. L'article contient évidemment le point de vue de l'auteur sur le contenu des étapes, sans prétendre à faire un aperçu exhaustif de toutes les directions et recherches.

Certainement, les méthodes mathématiques traditionnelles (calculs différentiel et intégral) servaient à résoudrer beaucoup de problèmes technico-économiques et de génie civil dans les transports bien avant la période "initiale". Il s'agissait, par exemple, du choix de certains paramètres optimaux des véhicules, des objets de l'infrastructure, du niveau rationnel de la tension et de la section des fils dans le réseau à contacts, etc, ([2]). De simples modèles mathématiques (de gravitation par exemple) étaient déjà employés dans les années 30 au cours de l'élaboration des projets d'urbanisme pour le calcul des caractéristiques des correspondances et des flux de passagers dans les arrondissements ([3]). Dans la même période, les économistes, spécialistes dans le domaine de l'élaboration des plans, s'intéressaient vivement aux problèmes de la planification rationnelle des flux dans le réseau. Les méthodes visaient à obtenir le kilométrage minimal du transport de marchandises dans le réseau selon la configuration et la disposition des points d'expédition et de réception des marchandises. Les idées essentielles étaient développées et décrites dans les ouvrages de A. Tolstoi (1941). Son résultat principal était la création de la méthode de "différences de contours" ou "du cercle", utilisée pour l'élaboration des plans optimaux de trafic. Néanmoins ces ouvages ont un caractère non-mathématique, une approche formalisée en est absente.

C'est seulement vers la fin des années 50, lorsque les ordinateurs accessibles (par exemple "Strela", "BESM") apparurent, qu'on a commencé à utiliser les méthodes mathématiques pour la solution d'un grand nombre de problèmes portant : sur l'élaboration des plans à long et court termes ; sur la distribution optimale des flux de marchandises dans le réseau et son développement ; sur le choix de la structure optimale des véhicules, de leur distribution et de leur utilisation dans les voies de transport, etc. Après une simplification parfois considérable, ces problèmes recevaient une forme qui permettait (sans changement important) d'utiliser pour leur analyse et leur solution les modèles et les algorithmes standards : programmation linéaire, problème de transport (sous forme de réseau et de matrice) sans restriction ou avec restriction de la capacité de rendement des arcs, etc. Toutes ces méthodes étaient déjà connues à cette époque grâce aux travaux classiques de L. Kantorovich (1942, 1949), F.L. Hichcock (1941), T. Koopmans (1941), C. Berge (1958), G.B. Danzig (1951) et d'autres savants.

En URSS, on a commencé à élaborer de nouveaux algorithmes basés sur ces études, qui correspondaient aux conditions déterminées, par exemple - pour les problèmes de transports de grande dimension sur réseaux (A. Lourier (1961) - "Méthode des plans conditionnellement optimaux", V. Mihalevich, N. Shor et d'autres (1963) - méthodes des gradients, etc). Les problèmes posés s'adaptaient naturellement pour les cas multi-produits et multi-étapes.

On examinait par exemple la généralisation du problème de transport sur réseau pour le cas multi-produits avec la limitation de la capacité.

[2]. Sur les chemins de fer électrifiés.

[3]. Voir la revue des ouvrages de cette période dans la monographie de Golts (1981).

Alors la formulation du problème et le modèle de départ reçoivent la forme suivante :

Admettons qu'il existe un réseau de transport, composé de m noeuds et de r arcs. La marchandise l *(l=1,2...L)* peut être transportée par l'arc j du réseau *(j=1,2,...r)* et, dans ce cas, les frais de transport de l'unité de marchandise sont égaux à a_i^j. Dans chaque noeud i le volume de consommation l du produit $f_i^l>0$ ou le volume de sa production $-f_i^l<0$ sont donnés. Pour les noeuds intermédiaires $f_i^l=0$, et avec cela $\sum_i f_i^l=0\ \forall l$. Appelons x_j^l le volume du transport de la marchandise l par l'arc j. On suppose que la capacité de rendement de chaque arc est limitée sur le flux général d_j. Il faut trouver un ensemble de vecteurs de transport $X=\|x_j^l\|$ qui satisfassent les conditions suivantes

$$\min_{x_j^l}\sum_{j=1}^{j=r}\sum_{l=1}^{l=z}a_j^l.x_j^l \tag{1}$$

sous les contraintes *(i=1,..m et l=1,..z)*

$$\sum_{j\in M_i}x_i^l-\sum_{j\in\overline{M}_i}x_j^l=f_i^l \tag{2}$$

$$\sum_l x^l_j<d_j\ \sum_{l=1}^{l=z}x_j^l\leq d_j \tag{3}$$

$$x_j^l\geq 0 \tag{4}$$

ou Mi et $\overline{M}_i$ -ensemble d'arcs qui entrent et sortent du noeud *i*.

En 1962, on a prouvé (Romanovski, 1962) que dans le problème de transport multi-produits (sur réseau), pour que le plan de trafic soit optimal, il est nécessaire et suffisant qu'il existe un système de chiffres (ayant signification de taxes) δ_j tel que pour tous les noeuds *i=1,..m*, tous les arcs *j=1,2..r* et types de marchandises *l=1,..L* les conditions suivantes soient accomplies :

a) $$si\ \sum_l x_j^l<d_j\ ,\ alors \tag{5}$$

$$U_\alpha^l-U_\beta^l\leq a_j^l\ pour\ x_j^l=0 \tag{6}$$

$$U_\alpha^l-U_\beta^l=a_j^l\ pour\ x_j^l>0 \tag{7}$$

$$si\ \sum_l x_j^l=d_j\ ,\ alors \tag{8}$$

$$U_\alpha^l-U_\beta^l\leq a_j^l+\delta_j\quad pour\ x_j^l=0 \tag{9}$$

$$U_{\alpha}^{l} - U_{\beta}^{l} = a_{j}^{l} + \delta_{j} \qquad pour\ x_{j}^{l} > 0 \tag{10}$$

où α - numéro du noeud, qui termine l'arc j ; β - numéro du noeud, qui commence l'arc j.

Il est clair que les conditions (5)-(10) sont la généralisation naturelle pour le cas multi-produits des conditions d'optimalité du plan de transports (L. Kantorovich et M. Gavourine, 1949). Ce n'est pas par hasard que ce travail a servi de base pour un certain nombre d'algorithmes de solution du problème (1)-(4), dans lequel on vérifiait successivement pour tous les arcs et types de marchandises l'accomplissement des conditions (5)-10) et corrigeait les "discordances".

On modifiait de la même façon les autres modèles standards (problème de distribution, etc.).

De nombreux calculs pratiques et expérimentaux accomplis durant cette période (A. Lourier, 1964) ont montré l'efficacité potentielle assez haute de l'utilisation des méthodes mathématiques (économie de 10-12 % par rapport aux méthodes antérieures) et la nécessité de l'extension de leur utilisation. En même temps, on a compris qu'il est préférable, non pas d'adapter les problèmes réels aux modèles standards de programmation linéaire, mais au contraire, de former des modèles et des algorithmes pour résoudre les problèmes réels, ternant compte de la spécificité des transports. Sinon, l'économie va s'établir sur le papier mais pas dans la vie réelle. On a compris qu'il était temps de passer des modèles simples et universels à des modèles plus compliqués, plus individualisés, reflétant les traits principaux de l'original.

2. L'étape du perfectionnement de l'adéquation des modèles

La deuxième moitié des années 60 - début 70 peut être caractérisée comme "la période du réalisme critique", une réaction à l'euphorie précédente en faveur de l'universalité des modèles standards de programmation linéaire. On a commencé un travail sérieux et minutieux portant sur l'amélioration de la conformité des modèles économiques et mathématiques au fonctionnement réel des transports, pour que les modèles reflètent le caractère réel des interdépendances technologiques et économiques. A cette époque, on a commencé et presque effectué le passage des modèles linéaires statiques déterministes aux modèles non-linéaires dynamiques indéterminés. On a également élaboré et commencé à utiliser l'appareil mathématique de l'analyse de ces modèles (y compris les méthodes de solution de problèmes non-linéaires de distribution optimale des flux multi-produits dans les réseaux de grande dimension ; la prise en compte de l'incertitude et du caractère non-linéaire des processus stochastiques et non-linéaires de son développement et des travaux dans les ports. On a aussi essayé de commencer l'analyse des systèmes des transports compliqués, basée sur l'utilisation des méthodes de programmation en blocs et itératif, etc).

Plus loin, on examinera une illustration - un ensemble de modèles élaborés pendant cette période -, qui se rapportent au niveau supérieur de la planification de transport à longue distance.

Ce complexe de modèles économiques et mathématiques est composé des blocs principaux suivants :
1) modèles de définition des besoins probables en ce qui concerne le trafic de marchandises et de passagers ;
2) modèles de répartition du trafic par mode de transports ;
3) modèles de développement de l'infrastructure des transports ;
4) modèle de chargement du réseau de transport par les flux de marchandises et de passagers ;
5) modèles de reproduction du parc de véhicules ;
6) modèles de définition des paramètres du prix de fonctionnement des transports.

Du point de vue formel, ce complexe est un ensemble de modèles normatifs et descriptifs interdépendants de structure différente : pour le problème (1) il s'agit des modèles dynamiques de type statistique. Pour les problèmes (2)-(5), ce sont les modèles dynamiques non-linéaires d'optimisation de réseaux et points avec variables discrètes et continues. Pour le problème (6), ce sont les modèles d'équilibre ou les modèles duaux de la programmation mathématique.

La définition des besoins en trafic de marchandises sur le réseau de transport à longue distance se basait sur l'analyse de la répartition de la production et de la consommation des produits dans le pays et des liens économiques déjà formés. En fin de compte on a obtenu des soit-disant "tableaux de correspondance" pour les types principaux de produits, qui reflètaient les liens de transport entre les consommateurs et les producteurs. En les superposant sur le réseau, on peut définir le ratio de chargement des éléments du réseau à longue distance et la nécessité de son développement.

Pour le pronostic du volume et des directions du trafic des passagers, on utilisait différents modèles de régression (uni et multifactoriels, gravitionnels, entropiques, etc.). Les paramètres de ces modèles sont définis par des facteurs économiques, démographiques, etc.

L'essentiel des problèmes optimisationnels (2)-(5) est d'organiser le trafic des marchandises et des passagers d'une manière plus efficace du point de vue de l'économie nationale et dans le cadre de toutes les limitations économiques, sociales, écologiques, etc.

Les fonctions d'objectif des modèles optimisationnels comprennent toutes les frais actualisés (d'exploitation et investissements) et le revenu futur actualisé, liés au trafic, au développement de l'infrastructure, à l'achat des véhicules, à la consommation des matériels et de l'énergie, aux salaires, à chaque étape du processus de transport.

Le système des contraintes comprend les conditions dynamiques de la satisfaction des besoins de la clientèle en trafic, de limitation de tous les types de ressources utilisés (investissements, matériels, énergie, information, écologie, main-d'oeuvre).

Les paramètres des prix du fonctionnement du système de transport (prix de différents types de véhicules, tarifs de trafic, etc.) peuvent être trouvés comme variables duales dans le problème général d'optimisation dynamique.

Puisque les facteurs (en premier lieu écologiques et sociaux) ne peuvent pas tous être correctement pris en compte [4] dans les modèles de planification (surtout pour le long terme), le complexe des modèles et le système correspondant des calculs pour les plans et les prévisions prévoit l'amalgame de procédures formalisées et non-formalisées, le travail sous forme de dialogue interactif. Cela concerne notamment la prise en considération du progrès scientifique et technique. Le dynamisme de sa manifestation peut être introduit d'après les dires d'experts, à l'étape de la préparation de l'information initiale ou directement à l'étape des calculs (en changeant les caractéristiques économiques, techniques et écologiques correspondantes des véhicules, etc...).

La nature des modèles utilisés est illustrée par deux modèles du complexe. Le premier correspond aux blocs 2 et 3, le deuxième aux blocs 5 et 6. Pour rendre l'exposé plus bref les modèles examinés sont simplifiés par rapport aux modèles utilisés dans le calcul.

2.1. Modèles du développement du réseau de transports à longue distance.

Examinons ce problème de l'optimisation scalaire, dans la formulation suivante (Livshits, 1966, 1971).

Etant donné :

a) la configuration du réseau de transports et la possibilité du changement de sa topologie dans la période examinée ;

b) pour chaque année de la période examinée, les points et les volumes d'envoi et d'arrivée des types de marchandise (ou les tableaux de correspondance de la même marchandise) ainsi que la dimension et le trajet des flux de passagers de catégories diverses ;

c) l'état de tous les éléments du réseau au moment de l'élaboration du plan ; les étapes probables de sa reconstruction (ou de la nouvelle construction) ; toutes les caractéristiques techniques, économiques et d'exploitation, qui permettent de définir la dépendance des investissements et des frais d'exploitation utilisée pour le développement

4. Certains d'entre eux, comme par exemple l'économie du temps des passagers, les pertes d'accidents routiers, etc... peuvent être évalués et inclus dans le calcul.

de chaque élément jusqu'à un certain niveau de puissance (ou capacité de rendement) en fonction du volume et de la structure du travail des transports ;

d) toutes les limitations supplémentaires des ressources distribuées du centre économique - main-d'oeuvre, matériaux, financiers (par exemple, les investissements, la puissance des entreprises de construction).

Il faut définir les mesures portant sur le développement des éléments du réseau, sur la nouvelle construction et le temps de réalisation, pour que les frais totaux (de modernisation du réseau et d'exploitation du transport) soient minimaux pour la période examinée, compte-tenu d'une limitation des ressources et d'une qualité du transport.

Admettons aussi que :

a) l'état probable de l'équipement technique de chaque élément du réseau ne peut aller qu'en s'améliorant, ce qui signifie que le passage à un niveau inférieur n'est pas pris en considération ;

b) si l'état des éléments change, le prix des travaux "négligeables" est petit, c'est-à-dire que les investissements nécessaires pour le passage direct ou indirect (par l'intermédiaire de la chaîne hiérarchique) d'un état à l'autre ne diffèrent pas considérablement selon le cheminement pour aller de l'état initial à l'état final.

c) le volume des frais de transport pour chaque élément du réseau est totalement déterminé pour chaque année par l'équipement technique et le chargement de chaque élément isolé du réseau.

Alors le modèle dynamique aux variables discrètes et continues est le suivant (Livshits, 1971, 1980) :

$$\min F(X^t,\eta^t) = \min \sum_{t=1}^{t=T} \sum_{U} \sum_{K} f^t_{UK}(X^t, X^t_n, \eta^t).(1+E)^{-t} \tag{11}$$

sous les contraintes suivantes :

$$S_z X^t = f^t \tag{12}$$

$$X^t \geq 0 \tag{13}$$

$$\eta^t_{UK} \,\|\, {}^{0}_{1} \quad \forall U,K \tag{14}$$

$$\sum_{K} \eta^t_{UK} \leq 1, \quad \forall\, U,t \tag{15}$$

$$X^t_U (1 - \sum_{K} \eta^t_{UK}) = 0 \quad \forall\, U,t \tag{16}$$

$$\sum_{U,K}\sum_{t=\theta_1}^{t=\theta_2} Z^t_{gUK}\eta^t_{UK} \leq R_g(\theta_1,\theta_2) \quad \forall\, U,Z \tag{17}$$

$$(\sum_K K\eta^t_{UK} - \sum_K K\eta^\tau_{UK}).(t-\tau) \geq 0 \quad \forall\, K, U, t, \tau \tag{18}$$

où

t,θ - index de l'année en cours

T - la durée de la période examinée

$f^t_{UK}(X^t, X^t_n, \eta^t)$ - la fonction non-linéaire des frais actualisés([5])) dans l'année t pour l'élément u du réseau au niveau k de son développement (y compris les frais de développement) ;

X^t- le vecteur recherché de chargement du réseau par les flux de tous les types de marchandises ;

X^t_n - le vecteur donné de chargement par le transport des passagers ;

f_t- le vecteur donné des volumes de marchandises envoyés et reçus dans les noeuds du réseau ;

X^t_U- le vecteur recherché du chargement de l'élément du réseau ;

η_t- le vecteur recherché de l'état (équipement technique) des éléments du réseau ;η^t_{UK} - l'identificateur, qui montre l'état k de l'élément u du réseau (si η^t_{UK}=1, il existe, si η^t_{UK}=0, il n'existe pas) ;

S^t_Z- la matrice généralisée des incidences des arcs et des noeuds, qui correspond au trafic des flux non-homogènes de la marchandise : $S^t_L = \|s^t_{ijl}\|$ (l=1,2...L ; i=1,2...m ; j=1,2..r).

S_{ijl}=+1 si l'arc j sort du noeud i et peut être utilisée pour le trafic de la marchandise du type 1 (il en existe au total L types de marchandises) ;

5. La fonction des frais actualisés est la suivante :

$$f^t_{UK}(X^t, \eta^t, X^t_n) = C^t_{UK}(X^t, X^t_n, \eta^t) + E\, F^t_{UK}(\eta^t, \eta^o)$$

où C_{UK} - frais courants de trafic ;

E - norme d'actualisation ;

$F^t_{UK}(\eta^t, \eta^o)$ - volume d'investissement indispensable pour le passage du chainau u dans l'état k à l'année t.

S_{ijl}=-1 si l'arc S qui entre dans le noeud i peut être utilisé pour le transport de la marchandise 1 ;

S_{ijl}=0 dans tous les autres cas.

Z_{gUK} - dépense de la ressource Z sur l'élément u du réseau pour le traduire de l'état initial à l'état k.$R_g(\theta_1,\theta_2)$- limitation du volume total des dépenses des ressources z dans la période deθ_1 jusqu'à l'année θ_2 (y compris) (en général θ_1- l'année initiale et θ_2 l'année finale de l'étape de l'élaboration du plan, le plus souvent quinquennal, qui fait partie de la période examinée T) ; si la limitation (17) est fixée strictement pour une certaine année, alors , $\theta_1=\theta_2=\theta$.

De là, conformément à la fonction de but (11) nous minimisons les frais totaux actualisés pour trois groupes de limitation :

a) de nature technologique : les contraintes (12) et (13) - la condition de la réalisation de tous les trafics ;

b) de reconstruction ; contraintes (14)-(15) - chaque élément peut être dans un seul état, et si l'élément n'existe pas (n'est pas encore construit), le travail qu'il accomplit est égal à 0 - contrainte (16). Contrainte (18) détermine la hiérarchie des états ;

c) de ressources : contrainte (17) - chaque type de ressources peut être utilisée dans les limites du volume donné.

Dans le modèle, le temps change de façon directe (par année). On a proposé des formulations analogues en temps continu [0,T]- (E. Pozamantir, 1974a).

La solution du problème (11)-(18) donne au total la liste des mesures indispensables pour le développement optimal du réseau, la période de réalisation de ces mesures et le chargement optimal de tous les éléments du réseau par les flux de marchandise différente.

C'est un problème dynamique assez compliqué a plusieurs extrêmes. Des méthodes mathématiques spéciales ont été créées pour sa solution. Ces méthodes sont basées sur l'optimisation successive, groupes par groupes, des variables discrètes et continues.

L'essentiel dans cet algorithme, élaboré par l'auteur en 1963-1965 et publié les années suivantes, était l'optimisation du développement du réseau et de la distribution des flux dans ce réseau dans le cadre des sections statiques indépendantes, puis liées entre elles.

Le modèle du calcul de la section statique pour l'année t (pour simplifier le modèle nous omettons le t) conformément à (11)-(18) prend la forme suivante :

$$\min \overline{F}(X,\eta) = \min \sum_{U,K} f_{UK}(X,\eta).\eta_{UK} \qquad (19)$$

sous les contraintes :

$$S_z X = f \tag{2O}$$

$$X \geq 0 \tag{21}$$

$$\eta^t_{UK} \left\{ \begin{smallmatrix} 0 \\ 1 \end{smallmatrix} \right. \quad \forall U, K \tag{22}$$

$$\sum_K \eta_{UK} = 1 \quad \forall U \tag{23}$$

$$X_U (1 - \sum_K \eta_{UK}) = 0 \quad \forall U \tag{24}$$

Si dans les formules (19)-(24) nous fixons l'état de tous les éléments du réseau, c'est-à-dire adoptons les valeurs correspondantes à (22)-(23), le problème (19)-(24) se réduit au problème de la programmation non-linéaire aux contraintes linéaires :

$$\min \tilde{F}(X) = \min \sum_U \tilde{f}_U (X) \tag{25}$$

$$S_z X = f \tag{26}$$

$$X \geq 0 \tag{27}$$

L'analyse établit que (B. Levit, V. Livshits - 1972) tous les frais des éléments du réseau peuvent être transférés sur les éléments correspondants réels ou supplémentaires. Les fonctions $f_{UK}(X_U)$ [6] ne sont pas séparables selon les variables X_{UI}, ou sur les flux des types concrets de marchandise. Elles sont concaves (im.1). Nous pouvons ne pas introduire spécialement dans le modèle la limitation de la capacité des maillons. Il est possible de la prendre en compte par le choix du type de la fonction non-linéaire. En s'approchant de la limite de la capacité de rendement, les frais de transport augmentent brusquement. Ainsi, le problème (25)-(27) est le problème de transport (sur réseau) multi-produits en programmation concave. La difficulté de sa solution est due au caractère non-linéaire des frais et par la grande dimension. Dans les années 60, on a déjà effectué des calculs sur le réseau de chemin de fer de l'URSS, qui était décomposé en 2 à 3 mille arcs et 5 à 10 mille correspondances de divers types de marchandise.

Dans les années 60, on a élaboré une série d'algorithmes spéciaux [7] de solution des problèmes de transport non-linéaires pour réseau. La plupart d'entre eux ne servait que pour la solution des problèmes de transport homogènes concaves au fonctionnel séparable. Au fond, ils conservent les traits principaux des procédures de calcul des

6. où, par exemple k=1 correspond au chemin de fer à une voie, et k=2 à deux voies.

7. Evidemment, pour résoudre les problèmes de cette classe, on peut utiliser n'importe quelle méthode connue de la programmation concave. Mais il est peu rationnel de les utiliser pour les problèmes de transport aux limitations spécifiques.

méthodes linéaires (amélioration successive des plans, diminution des discordances) qui étaient transposées pour le cas non-linéaire.

La prise en compte des frais réels du trafic, des cas de "non-linéarité naturelle", causés par l'immobilisation des wagons pendant le croisement, des automobiles "rapides" par des véhicules "lents" pendant les arrêts et les croisements dans les flux denses a nécessité l'élaboration de méthodes adaptées à la solution des problèmes de réseau (du type (25)-(27).

Il est facile de prouver (Livshits, 1966, 1967a), que la condition nécessaire et suffisante pour que le plan de trafic X (qui est la solution du problème (25)-(27) soit optimal - c'est l'existence pour chaque type (1) réciproquement non remplaçable de marchandise d'un tel système de potentiels, V, que les conditions suivantes soient remplies pour chaque arc j, incident aux noeuds α et β;

$$V_{\alpha}^{l} - V_{\beta}^{l} \leq \frac{\partial F}{\partial x_{j}^{l}} \tag{28}$$

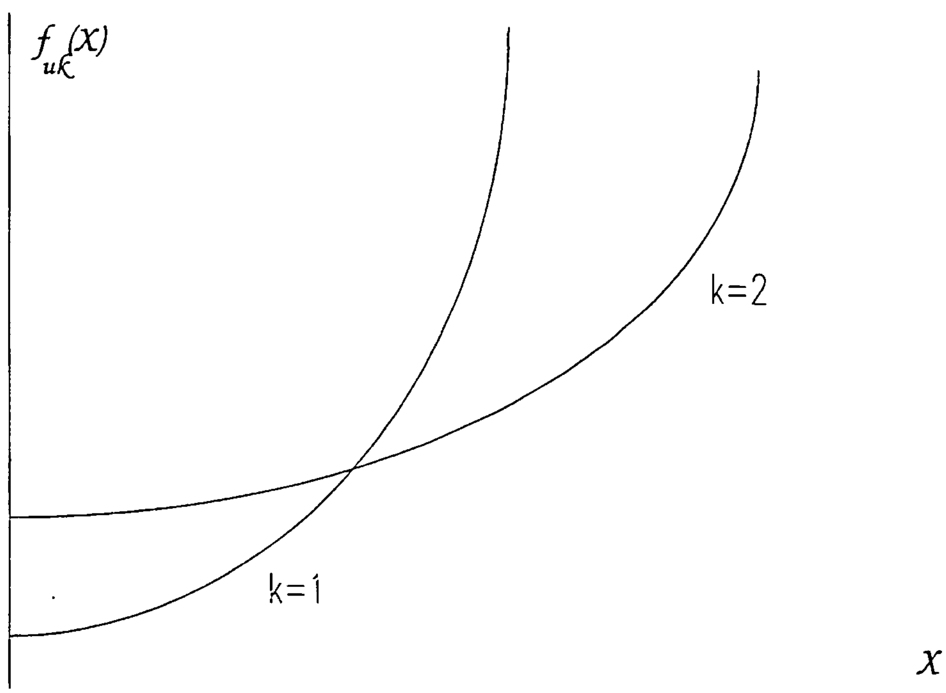

Image 1. Caractère approximatif de la dépendance des frais de transports du volume transporté.

Si $x_j^l > 0$, l'égalité est stricte :

$$V_\alpha^l - V_\beta^l = \frac{\partial \overline{F}}{\partial x_j^l} \tag{29}$$

On a proposé (1967, 1969 Livshits) l'algorithme à deux étapes de solutions du problème (25)-(27). Cet algorithme a été assez efficace pour les problèmes de distribution optimale du flux dans les réseaux non-linéaires de transport de grande dimension.

L'essentiel de cet algorithme nommé "méthode de distribution pas-à-pas des flux" est le suivant. A la première étape de construction du plan admissible, le volume donné du trafic est distribué dans le réseau par petits paquets. Chaque paquet est envoyé par le trajet le plus court (du point de vue des frais variables). Après la distribution du paquet, certains éléments changent. Les frais variables de transport changent aussi à cause de leur caractère non-linéaire. Le paquet suivant à transporter est distribué parmi les autres trajets plus courts. Le plan admissible est obtenu quand tout le volume à transporter (la matrice de correspondances) est distribué. La qualité du plan dépend de trois paramètres essentiels : le nombre des pas, la dimension des parties de correspondances distribuées à chaque pas, la fréquence de distribution des frais variables. La meilleure proportion des paramètres est choisie en général expérimentalement (B. Levit, V. Livshits - 1972).

Le plan obtenu n'est pas forcément optimal, il peut être nécessaire de l'améliorer. L'amélioration du plan admissible s'effectue à la deuxième étape. Elle est basée sur la notion suivante. Puisque le plan n'est pas optimal, nous pouvons admettre qu'une partie des flux était distribuée incorrectement. Alors on peut ôter une certaine partie du chargement de tous les éléments du réseau, obtenu à la première étape de l'algorithme, et la distribuer de nouveau selon les mêmes règles. Evidemment, certains flux vont garder le même trajet, mais on peut montrer que même le changement du trajet de certaines correspondances peut être suffisant pour l'amélioration du plan admissible formé préalablement.

La deuxième étape de l'algorithme peut être répétée plusieurs fois, en ôtant à chaque pas une partie des relations. On a prouvé que pour les fonctions d'objectif concaves et lisses cette procédure itérative assure la convergence vers le plan optimal de transport.

Notons que le calcul des frais différentiels correspond au calcul du gradient de la fonction objectif, et la répartition par le trajet le plus court signifie que la fonction non-linéaire non séparable est approximée par une fonction linéaire par morceaux.

Du point de vue formel pour le problème de transport non-linéaire de réseau (25)-(27), l'algorithme de l'élaboration du plan optimal est le suivant (V. Livshits - 1967b, 1969) [8].

---

[8]. On trouve un algorithme de construction du plan initiale admissible, semblable à l'algorithme décrit dans le livre de Stenbrink (1973).

Le plan initial admissible X^0 est construit de la façon suivante :

$$X^0 = \sum_{p=1}^{p=M} \overline{Z^p} \tag{30}$$

où $\overline{Z_p}$ est la solution du problème auxiliaire de la programmation linéaire suivante :

$$\min(grad\, \tilde{F}(\sum_{s=0}^{s=p-1} \overline{Z^s}), Z^p) \tag{31}$$

sous condition que :

$$S_z Z^p = \nu_p . f \ , \quad Z_p \geq 0 \ , Z^0 = 0 \tag{32}$$

étant donné que :

$$\sum_{p=1}^{p=M} \nu_p = 1 \ , \ \nu_p \geq 0 \tag{33}$$

Le plan initial, construit de cette façon présente souvent une approche assez bonne du plan optimal ; cela se rapporte aussi à la solution des problèmes aux fonctions de but non-concaves et lisses.

L'algorithme de l'amélioration du plan admissible, ou le passage du plan X^n au plan X^{n+1}, tel que $F(X^{n+1})<F(X^n)$ peut être décrit de la façon suivante :

$$X^{n+1} = (1-\gamma^n) X^n + \overline{y^n} \tag{34}$$

où $\overline{y^n}$ est la solution du problème auxiliare de programmation linéaire du type suivant :

$$\min(grad(X^n - \gamma^n X^n), y^n) \tag{35}$$

$$S_z y^n = \gamma^n f\, y^n \geq 0 \quad (36$$

$$y^n \geq 0 \tag{37}$$

Il est prouvé (1969, Livshits) que si $\gamma^n \to 0$, $\sum_n \gamma^n \to \infty$, l'algorithme examiné garantit la convergence vers la solution optimale.

Après avoir trouvé la distribution optimale des flux dans le réseau, c'est-à-dire le vecteur $\overline{X}$, qui est la solution du problème (25)-(27), on le fixe et on cherche la nouvelle valeur optimale du vecteur $\eta = \|\eta_{UK}\|$, qui correspond à la solution trouvée.

Ainsi le calcul de chaque section statique s'effectue suivant la procédure interactive :

$$(\overline{X}^j, \eta^j) \Rightarrow (\overline{X^j}, \overline{\eta^{j+1}}) \Rightarrow (\overline{X^{j+1}}, \overline{\eta^{j+1}}) \tag{38}$$

où j est le numéro de l'itération.

Après un nombre fini de pas de cette itération, le processus converge vers un optimum local.

Puisque le problème (19)-(24) a plusieurs extremums, en général, en dehors du schéma complet qui comprend deux étapes, on effectue encore à la seconde étape quelques calculs. Ils sont basés sur les plans admissibles, construits à partir des considérations raisonnables heuristiques (avis des experts, choix des trajets les plus courts des directions principales de tous les trafics, etc.). Puis on choisit la meilleure des solutions locales.

La preuve de la convergence, les exemples concrets des calculs, les méthodes de coordination de différentes sections et les autres questions liées à la solution du problème (21)-(24) sont décrits en détail dans Levit, Livshits, 1972) et (Vassilieva, Levit, Livshits, 1981).

2.2. Simulation du renouvellement du parc des véhicules

Examinons quelques modèles simplifiés de la solution du problème (plus complètement le modèle est décrit dans (Livshits, 1986).

Pour simplifier, admettons qu'il existe un seul type de véhicules ; et un seul type de marchandise est transporté. Admettons également que le processus de changement des indices est discret et que durant une certaine période (un an) chaque unité de véhicule travaille selon un même régime, qui change après brusquement (vieillissement). A ce moment on lui fixe un nouveau régime de travail. Le renouvellement du parc par de nouveaux véhicules et la liquidation des anciens s'effectuent seulement à la fin de l'année.

Soit τ, l'âge du véhicule ; r le régime de l'exploitation ; $N_{\tau t}$ le nombre de véhicules âgés de τ ans, qui fonctionnent l'année t de la période examinée ; $N_{\tau r t}$ le nombre de véhicules fonctionnant dans le régime r. La productivité de chaque véhicule est $P_{\tau r t}$, les frais d'exploitation sont $J_{\tau r t}$ (en cas de nécessité, les frais de modernisation et de réparation peuvent y être inclus)., le coût de renouvellement est égal à $K_{\tau t}$et la valeur de récupération est : $a H_{\tau t}$

Le processus de reproduction du parc peut être décrit de la façon suivante :

$$\sum_{t\geq 1}\frac{K_{ot}.N_{ot}}{(1+E)^{t-1}}+\sum_{t\geq 1}\sum_{\tau\geq 1}\sum_{r}\frac{J_{r,\tau,t}.N_{r,\tau,t}}{(1+E)^{t}}-\sum_{\tau\geq 1}H_{\tau,t}(N^{0}_{\tau-1}-N_{\tau,1})- \sum_{\tau\geq 2}\sum_{\tau\geq 1}\frac{H_{\tau t}(N_{\tau-1,t-1}-N_{\tau,t})}{(1+E)^{t-1}}\rightarrow \min \tag{39}$$

sous les contraintes suivantes :

$$\sum_{\tau\geq 0}\sum_{r}N_{\tau,r,t}.P_{\tau,r,t}\geq V_{t}\qquad t\geq 1 \tag{40}$$

$$\sum_{r}N_{\tau,r,t}=N_{\tau,t}\quad t\geq 1\ ;\ \tau\geq 0 \tag{41}$$

$$N_{\tau,1}\leq N^{0}_{\tau-1}\qquad \tau\geq 1 \tag{42}$$

$$N_{\tau,t}\leq N_{\tau-1,t-1}\qquad \tau\geq 1\,,\,t\geq 1 \tag{43}$$

où V_t- volume fixe des besoins, qui doivent être satisfaits par les véhicules dans l'année t ;
N_τ^0- nombre des véhicules âgés de τ ans, si t=0 ;
K_{0t}, N_{0t}- coût et nombre des nouveaux véhicules à l'année t.

Le sens économique des conditions (39)-(43) est le suivant : la fonction de but (39) est la somme à minimiser actualisée à l'année (t=O) des investissements et des frais d'exploitation (ce sont justement le premier et le deuxième terme d'addition) moins la somme obtenue après la liquidation des véhicules ôtés durant toute la période de la reproduction.

L'inégalité (40) exprime que tous les besoins en trafic doivent être satisfaits. Le fait que le nombre des véhicules fonctionnant dans différents régimes d'exploitation doit être égal au nombre total des véhicules de la période donnée de fonctionnement est reflété dans la formule (41). Les inégalités de bilan (42)-'43) montrent que dans l'année t, le nombre de voitures âgées de ..ans ne peut pas dépasser le chiffre des voitures âgées de (..-1) dans l'année précédente (t-1) de la période donnée.

Le modèle (39)-(43) permet de définir non seulement la structure optimale du parc et de la livraison des véhicules, mais aussi le niveau du développement de la branche industrielle, qui produit le type donné de véhicules.

La formulation du problème dual du 39-43 est :

$$\text{Max} \sum_{t\geq 1} \frac{D_t . V_t}{(1+E)^{-t}} - \sum_{\tau} K_{\tau 1} . N_{\tau-1}^0 \tag{44}$$

sous les contraintes suivantes :

$$D_t . P_{\tau r t} \leq J_{\tau r t} + E K_{\tau t} + (K_{\tau t} - K_{\tau+1, t+1}) \tag{45}$$

$$K_{\tau t} = Q_{\tau t} + H_{\tau t} \tag{46}$$

où - la variable duale à la contrainte (40).
- la variable duale aux contraintes (42) et (43)

Dans le problème dual, la variable D_t peut être interprétée comme le coût optimal de la production, faite dans l'année t, $K_{\tau t}$ -comme le coût total de la voiture, âgée de. dans l'année t, et $Q_{\tau t}$ -le coût optimal de la même voiture dans la branche examinée de son utilisation.

Ce modèle peut être facilement généralisé au cas de plusieurs types de véhicules utilisés par différents types de marchandises et de passagers.

3. L'étape de simulation systémique des processus de transport

Cette étape comprend la période qui a commencé au milieu des années 70 et durait jusqu'à la moitié des années 80. Elle peut être caractérisée comme la période de "l'optimisme systémique".

Effectivement, les succès de l'étape précédente dans le domaine de l'amélioration des modèles et des algorithmes de solution des problèmes aux extremums ont montré que grâce aux méthodes économiques et mathématiques, on peut obtenir de meilleurs résultats, qu'en utilisant les méthodes traditionnelles. Néanmoins, on vit surgiR des défauts considérables.

Premièrement, la solution de certains problèmes (même assez compliqués et larges) était isolée. On ne coordonnait pas les divers modèles entre eux et, pour l'essentiel, on les liait mal au processus réel de planification du travail et du développement de divers systèmes de transport.

Le fait suivant était d'une assez grande importance : les personnes qui déterminaient directement la politique du transport, qui adoptaient les décisions concrètes sur le développement du transport se guidaient dans la plupart des cas non pas en fonction des intérêts de l'économie nationale ou par ses critères d'efficacité, mais en fonction des intérêts de leurs départements (ministères et autres organismes de transport). Voilà pourquoi ils étaient souvent peu intéressés à réaliser les solutions trouvées à l'aide des différentes méthodes mathématiques, qui étaient optimales du point de vue de l'économie nationale. Ainsi les méthodes mathématiques-économiques permettaient la solution optimale de divers problèmes du développement de certains objets de l'infrastructure, montraient l'avantage des variantes obtenues de la politique des transports. Mais la réalisation pratique de cette politique dans la plupart des cas s'effectuait par des méthodes traditionnelles.

Deuxièmement, les principaux efforts étaient concentrés sur les modèles et les algorithmes. Peu d'attention était prêtée à la préparation de l'information nécessaire pour les calculs, à l'élaboration des méthodes de réception de l'information initiale, la vérification de sa certitude et, ce qui est très important, la coordination de l'information dans différents problèmes de transports visant à la compatibilité des solutions obtenues (par exemple dans les problèmes du développement de l'infrastructure et dans ceux de la reproduction du parc des véhicules).

Troisièmement, on n'a pas élaboré les modèles et les méthodes de solution de plusieurs problèmes assez simples et peu intéressants du point de vue mathématique, mais très importants du point de vue économique, qui constituent un élément obligatoire de la formation de la politique des transports.

Pour ces raisons, à cette étape, on est passé de la simulation des problèmes isolés à la formation des systèmes complexes automatisés de calcul pour les plans et des systèmes automatisés de gestion du transport.

Le but principal de l'élaboration de ces systèmes était la solution de deux problèmes liés :

- l'inclusion des méthodes et des modèles économiques et mathématiques directement dans la chaîne technologique de la planification du développement du transport et de sa gestion, c'est-à-dire l'utilisation des résultats obtenus grâce à ces modèles dans l'élaboration de la politique des transports à long et court terme ;

- l'augmentation de la qualité des plans de développement et de la gestion des transports grâce à l'utilisation de l'approche systémique dans la simulation et d'autres principes et méthodes effectifs de formation de la politique des transports.

Pour réaliser ces exigences on a dû naturellement développer les modèles économiques et mathématiques utilisés. On y incorporait le concept systémique de l'irrégularité saisonnière des transports (E. Posamantir, 1977), on est passé aux modèles à plusieurs niveaux (agrégation itérative - 1979 ; V. Livshits - 1980, I. Kozlov - 1985), où chaque niveau opérait avec son propre degré d'agrégation des variables. Ainsi, dans les modèles de transport à longue distance, on a dégagé trois niveaux au lieu de deux : le système de transport entier - les polygones - les objets dont le détail technique et économique s'élargissait considérablement en allant du niveau supérieur de la planification aux niveaux inférieurs (par exemple au deuxième niveau du modèle du transport ferroviaire le problème de l'optimisation de la distribution des flux de marchandise est examiné en tenant compte du plan de la formation des trains, de la limitation de la possibilité de fractionner les liaisons. Au troisième niveau on analysait la structure des flux de marchandise et des passagers et non seulement leur intensité globale).

Le complexe des modèles de planification de la politique des transport qui vient d'être décrit est un des sous-systèmes du système uni automatisé des calculs des plans de l'économie nationale, qui était réalisé au niveau du Comité de planification (Gosplan de l'URSS). Ce système comprenait d'autres sous-systèmes analogues pour les principales branches de l'économie natgionale, pour toutes républiques et les principales régions. D'autres sous-systèmes généraux -par exemple les bilans matériels, les plans de distribution de la production, niveau de vie, travail et emploi, investissements, finances, frais et bénéfice, prix et leurs établissements, environnement etc- étaient aussi pris en cause.

Le sous-système de la branche "transport" a des liens étroits directs et inverses avec d'autres sous-systèmes, ce qui permettait la coordination de l'information exogène utilisée pour la formation de la politique des transports avec l'information issue des blocs, qui calculaient les indices correspondants. Une brève description du système uni de planification est donné dans (Kozin, Kozlov, 1981).

La réalisation pratique d'un tel système complexe de calculs économiques et mathématiques a été possible grâce aux recherches effectuées dans le domaine de l'économétrie (en premier lieu, le bilan inter-branche - l'analyse input-output, dans la solution des problèmes d'extremums, dans la programmation systémique. Outre cela, à cette époque, la production des ordinateurs série EC (semblables aux ordinateurs IBM) était mise en oeuvre. Ces ordinateurs possédaient la vitesse et le volume de mémoire nécessaires à cette classe d'opérations.

Ainsi, à la troisième étape du développement de simulation, il s'agissait d'inclure les modèles de la branche "transports" dans le système uni de simulation de l'économie nationale, d'utiliser les modèles à plusieurs niveaux de planification du transport pour rendre plus adéquate la description des objets et des processus de transport, de faire les prévisions (L. Kantorovitch, V. Livshits - 1982a) et de coordonner l'information circulant entre les différents sous-systèmes. La méthode d'évaluation de l'efficacité des investissements dans le transport (L. Kantorovitch, V. Livshits - 1982b) fut également développée à cette période.

Pour utiliser les systèmes de modèles dans la formation de la politique de transport, il est important de comprendre que l'introduction des méthodes de simulation économique et mathématique dans la pratique de planification ne change pas fondamentalement le principe que la procédure de préparation des décisions et leur adoption est de caractère "homme-ordinateur". L'efficacité de cette procédure dépend de l'organisation du système d'analyse des plans obtenus, de la perfection du dialogue des experts et de l'ordinateur.

Mais ce qui ne changeait pas à cette étape, c'était le caractère centralisé de la planification et de la gestion et le contenu du critère d'efficacité employé dans les modèles. On supposait (comme jadis) que le choix de la politique des transports devait être strictement basé sur le principe de l'approche du point de vue de l'économie nationale, c'est-à-dire en maximisant l'effet total socio-économique ou minimisant les dépenses de l'économie nationale pour le transport des marchandises, des passagers et le développement de l'infrastructure.

Ni dans les modèles, ni dans les recommandations pratiques on ne posait pas la question de la conformité des solutions ainsi trouvées aux intérêts économiques particuliers des sujets de l'activité économique.

4. L'étape actuelle

Cette étape qui part de 1985 jusqu'à la fin de 1991, peut être naturellement nommée l'étape de la "perestroika" en URSS. Au cours de cette période, des changements politiques et économiques radicaux se sont produits. Les premiers ont abouti à la disparition de l'URSS en 1991 et à la formation de 15 Etats indépendants avec la disparition correspondante du système uni des transports. Dans l'économie, le système rigide, centralisé de planification et de gestion a été également démoli. D'autres formes de propriétés sont apparues à côté de la propriété de l'Etat : les sociétés anonymes, privées etc. On a adopté aussi plusieurs lois, liées au passage vers l'économie de marché.

Dans ces conditions on doit développer d'autres procédés de simulation de la politique des transports, d'évaluation de l'efficacité de ses variantes. Il s'agit essentiellement des changements suivants :

a) Les modèles d'optimisation scalaire (fonction d'objectif qui répond au principe de l'approche du point de vue de l'économie nationale) doivent être remplacés par des modèles d'optimisation à plusieurs critères et par des modèles d'équilibre, qui prévoient que les intérets de différents agents d'investissements dans les transports (l'économie nationale, les actionnaires, la collectivité des établissements de transport) ne coïncident pas forcément.

b) La politique des transports la plus efficace est basée sur le schéma de compromis coordonné entre les participants. La décision choisie est la solution optimale selon Pareto du problème correspondant à plusieurs critères de l'optimisation, formule tenant compte des limitations réelles financières, technologiques etc.

c) Dans les conditions du passage vers le marché, la mesure de l'insuffisance de l'information (les données sur le volume des trafics futurs, des investissements, etc) prend de plus en plus d'importance. Ce fait doit être pris en compte dans la simulation.

D'un côté, cela nécessite l'utilisation des analogues non déterministes des modèles déjà élaborés, de l'autre, le rôle des modèles de prévision augmente. L'importance de l'information exogène au transport est accrue.

En somme, la période actuelle est caractérisée par le progrès relativement faible du développement des méthodes économiques et mathématiques de simulation de la politique des transports, ce qui est lié en quelque sorte aux changements rapides et continuels de la reconstruction des mécanismes économiques du pays, des conditions de travail et de rapport entre les entreprises (y compris entreprises de transport).

Le fait essentiel de cette période est l'apparition et la diffusion dans le transport des ordinateurs du type PC XT/AT et les efforts pour la création de lieux de travail automatisé, le développement des systèmes de dialogue "expert-ordinateur".

L'intérêt pour la perfectionnement des algorithmes de prévision, pour l'augmentation de leur précision renaît dans le cadre de la transition vers le marché.

Voici deux directions principales qui apparaissent, liées à l'utilisation des méthodes mathématiques dans les buts nommés :

a) extension des modèles utilisés pour améliorer leur adéquation aux processus analysés. Par exemple, on utilise les modèles généralisés de diffusion du type suivant (Livshits, 1990).

$$y(t) = \frac{k}{1+\varphi(t).e^{-bt}} \tag{47}$$

où $\varphi(t)$est une fonction lisse, non croissante, non-négative. Le choix de ses paramètres permet de simuler de nombreuses évolutions.

Ainsi, si

$$\varphi(t)=\begin{cases} e^{b\tau}.(t-\tau)^{-m} & si\ t \geq \tau \geq 0 \\ \infty & si\ t<\tau \end{cases} \quad (48)$$

si m>1, alors avec $t < \tau$, $y(t) = 0$ *et* $y'(\tau)=0$

Comme cela se passe fréquemment, au début le processus se développe très lentement, puis se développe de plus en plus rapidement.

b) on voit renaître l'intérêt pour les algorithmes d'amélioration de la précision de l'information, par exemple, sur la base de la synthèse optimale des prévisions particulières de type différents (quelques prévisions par point ; par point et intervalle, obtenu à l'aide des algorithmes formels ou de ceux des experts, etc...).

Le schéma de cette synthèse peut être examiné sur l'exemple de synthèse optimale de quelques pronostics particuliers du type "point". Le problème peut être formulé de la façon suivante :

Analysons la variable y(t), qui prend en général la forme suivante :

$$y(t)=f(t)+\varepsilon(t) \quad (49)$$

où $f(t)$ - le trend ;

$\varepsilon(t)$ - valeur aléatoire, dont l'espérance mathématique est égale à zéro ($M\varepsilon(t) = 0$) et la dispersion : $D\varepsilon(t) = \sigma^2(t)$

Admettons qu'à l'aide de différents modèles on a obtenu les fonctions de pronostic suivantes : y (t) i=1,...m avec My(t)=$f(t)$, les dispersions $Dy_i(t) = \sigma_i^2(t)$ et les coefficients de corrélation pour le moment du temps t, $\rho_{ij}(t)$ (i=1,...m) ; j=1,...m).

Alors si on se limite à la synthèse linéaire des pronostics particuliers, la prévision recherchée y(t) prend la forme suivante :

$$\hat{y}(t) = \sum_{i=1}^{m} y_i(t).k_i(t) \quad (50)$$

les coefficients de poids $k_i(t)$ doivent être choisis pour minimiser la dispersion totale. D'où les valeurs optimales des coefficients

$$\min D\hat{y}(t) = \min D\sum_{i=1}^{m} y_i(t).k_i(t) \quad (51)$$

sous les contraintes suivantes :

$$\sum_{i=1}^{m} k_i(t) = 1 \tag{52}$$

$$k_i(t) \geq 0 \tag{53}$$

Si les méthodes particulières employées sont relativement peu corrélées, il est facile de montrer que les poids optimaux $\breve{k}_i(t)$ peuvent être trouvés par la formule suivante :

$$\breve{k}_i(t) = \sum_{i=1}^{m} \frac{a_{ij}^{-1}(t)}{\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m} a_{ij}^{-1}(t)} \tag{54}$$

où a_{ij}^{-1} élément de la matrice inverse à la matrice $\|a_{ij}(t)\|$étant donné que :

$$a_{ij}(t) = \rho_{ij}(t).\sigma_i(t).\sigma_j(t) \tag{55}$$

D'autres recherches menées portent sur la prise en compte des intérêts de différents investeurs dans les modèles d'optimisation de la politique des transports.

Par exemple, dans (Baltruchevich, Livshits, 1992), on examine la situation où les investeurs sont les suivants : l'état, les actionnaires, le collectif des travailleurs de l'entreprise de transport.

Leurs intérêts sont reflétés par les critères d'efficacité qui ont les formes suivantes :

1) Manimum de l'effet de l'économie nationale

$$\phi_1 = \max \sum_{t=1}^{t=T} (P(t) - \delta(t))\,(1+E_H)^{-t} \tag{56}$$

où $P(t)$ - l'évaluation des coûts des résultats obtenus dans l'année t ;

$\delta(t)$ - les frais sommaires dans l'année t ;

E_H - la norme de l'efficacité du point de vue de l'économie nationale ;

T - la période examinée.

2) Maximum du revenu du capital des actionnaires par action :

$$\phi_2 = \max \frac{I(T).(1+r)^{-T} + \sum_{t=1}^{T} \Delta \prod(t)(1+r)^{-t}}{N(0) + \sum_{t=1}^{T} \Delta N(t)(1+r)^{-t}} \tag{57}$$

où $\Delta \prod(t)$- la partie du bénéfice net (moins les impôts), qui sert à payer les dividendes ;

$N(0)$, $\Delta N(t)$- valeur nominale des actions émises au début de la période et dans l'année t ;

$I(T)$ - prix des actions à la fin de la période ;

r - norme de l'actualisation.

3) Maximum du revenu moyen par travailleur

$$\phi_3 = \frac{\sum_{t=1}^{T} \Delta \Pi_1(t)(1+r)^{-t}}{\sum_{t=1}^{T} A(t)(1+r)^{-t}} \tag{58}$$

où $\Delta \Pi_1(t)$- fond de paiement du travail et du développement social dans l'année t ;

$A(t)$ - quantité de personnes qui travaillent dans l'année. Son dynanisme est naturellement limité.

A l'aide de l'ensemble des critères désignés, on dégage un certain nombre de plans Pareto-optimaux. La solution est choisie en considération de la part de chaque participant (par exemple, sa part d'investissements dans le développement des transports).

La récente fondation de la Communauté des Etats Indépendants (CEI) (décembre 1991), va probablement mener à la formation de nouvelles relations entre les parties du système jadis uni des transports de l'URSS. Ce fait nécessitera l'élaboration de nouveaux modèles. Les besoins correspondants ne sont pas encore définis.

En ce qui concerne la politique des transports de la Russie, son étude peut être basée sur les modèles décrits. Il est évidemment nécessaire de prendre en considération tous les changements qui seront nécessaires à mesure du développement du marché et de la coordination avec les transports des autres Etats, qui font partie de l'UEI.

BIBLIOGRAPHIE

1. Agrégation itérative et son utilisation dans l'élaboration des plans (1979) (en russe). Sous la direction de L. Doudkine Moscou, Ekonomika.

2. T. Baltrouchevich, V. Livshits (1992). L'efficacité des innovations. Les problèmes anciens et neufs (en russe). Economie et méthodes mathématiques, N° 1. Moscou, Nauka.

3. C. Berge (1958). Théorie des graphes et ses applications, Dunod, Paris.

4. A. Blanquier (1984). Sélection des investissements aux niveaux nationaux et régionaux. Bordas, Dunos, Paris.

5. E. Vassilieva, B. Levit, V. Livshits (1981). Problèmes non-linéaires du transport dans les réseaux (en russe). Moscou, Finansi i statistika.

6. G.B. Danzig (1951). Application of the simplex method to the transportation problems. Activity Analysis of Production and Allocation, Cowles Commission monograph 13, N.Y. Wiley & Sons.

7. Détermination de l'efficacité des investissements dans le transport (1982). Sous la direction de L. Kantorovich, V. Livshits. Travaux de l'Institut de recherches systémiques de l'Académie des Sciences de l'URSS (en russe), Moscou.

8. G. Golts (1981). Transport et installation (en russe). Moscou.

9. F.L. Hichcock (1941). Distribution of a Product from Several Sources to Numerous Localitites. I. Math. Phys. 1941, n° 20.

10. L. Kantorovich (1942). Sur le transport des masses (en russe). Rapport de l'Académie des Sciences. Nouvelle série V. 37, n° 7-8, Moscou.

11. L. Kantorovich, M. Gavourine (1949). L'utilisation des méthodes mathématiques dans les questions d'analyse des flux de marchandises (en russe). Dans le livre "Problèmes d'augmentation de l'efficacité du travail du transport". Sous la rédaction de V. Zvonkov, Moscou.

12. L. Kantorovich (1959). Calcul économique de la meilleure utilisation des ressources (en russe), Moscou.

13. T.C. Koopmans (1940). Optimum Utilization of the Transportation Systems. Econometrica, n° 17 (supplément).

14. I. Kozlov (1985). Capacité de rendement des systèmes de transport (en russe). Moscou, Transport.

15. V. Livshits (1966). Recherches sur certaines méthodes d'élaboration du réseau de transport optimal (en russe). Izvestia ANSSSR "Energetika i transport", n° 3, Moscou, Nauka.

16. V. Livshits (1967a). Choix du schéma rationnel du développement du réseau de transport (en russe). Dans le livre "Utilisation des méthodes mathématiques et des ordinateurs dans la planification du développement et du travail du transport". Sous la rédaction de G. Tchernomordik, I. Kozlov. Moscou, Transport.

17. V. Livshits (1967b). L'utilisation des méthodes mathématiques du choix du schéma optimal du développement du réseau de transport (en russe). Recueil d'exposés prononcés au cours de la Première Conférence de l'URSS sur l'optimisation et l'élaboration des modèles des réseaux de transport. Kiev.

18. V. Livshits (1969). Distribution optimale des flux hétérogènes dans le réseau non-linéaire de transport (en russe). Izvestia ANSSSR, Energetika i transport, n° 1. Moscou, Nauka.

19. V. Livshits (1971). Choix des décisions optimales dans les calculs technico-économiques (en russe). Moscou. Ekonomika.

20. V. Livshits (1980). L'élaboration des modèles économiques et mathématiques du développement du système uni de transport (en russe). Dans le livre "Développement du complexe "Transports". Sous la direction de L. Kantorovitch. Moscou, Nauka.

21. V. Livshits (1986). L'analyse des systèmes des processus économiques dans le transport (en russe). Moscou, Transport.

22. V. Livshits (1990). Progrès scientifico-technique : principes et modèles d'évaluation de l'efficacité des innovations dans le domaine de la production matérielle. Recherches systémiques, Moscou, Nauka.

23. A. Lourier (1961). La méthode d'approche aux plans éventuellement optimaux utilisée comme algorithme de solution du problème de transport (en russe). Travaux de la réunion scientifique sur l'utilisation des méthodes mathématiques dans les recherches économiques et la planification. V.IV, publication de ANSSSR. Moscou.

24. A. Lourier (1964). Sur les méthodes mathématiques de solution des problèmes de l'optimum dans la planification de l'économie nationale socialiste. Moscou, Nauka, 323 p.

25. V. Mikhalevich, N. Chor, A. Bakaev, S. Branovitskaia (1963). Algorithme et expérience de solution des problèmes de transport en réseaux (en russe). Dans le recueil "Méthodes mathématiques et problèmes de l'installation de la production", Moscou.

26. E. Pozamantir (1974a). A propos d'un modèle dynamique du développement optimal du réseau des transports (en russe). Travaux de l'IKTP du Comité de Planification, n° 46, Moscou.

27. E. Pozamantir (1974b). Compte de l'irrégularité des transports dans la planification des transports (en russe). Moscou, Transport.

28. Problèmes du pronostic et de l'optimisation du travail du transport (1982). Sous la direction de L. Kantorovitch, V. Livshits (en russe), Moscou, Nauka.

29. E. Quinet (1990). Analyse économique des transports. Presses universitaires de France. Paris

30. Romanovski I (1962). Sur l'équivalence de différentes formulations des problèmes de transport (en russe). Dans le recueil "Succès des mathématiques, V. 17, publication n° 3.

31. Peter A. Stenbrink (1973). Optimization of transport networks. John Wiley & Sons. London-New-York-Sydney-Toronto.

32. Système automatisé des calculs pour l'élaboration des plans dans le domaine du transport (en russe), (1981). Sous la direction de B. Kozin, I. Kozlov. Moscou, Transport.

33. A. Tolstoï (1941). Méthodes de suppression des trafics irrationnels dans la planification (en russe). Socialistitcheski transport, n° 9, Moscou.