

DISTANCE- L_p ET LOCALISATIONS OPTIMALES. SIMULATIONS SUR UN SEMIS ALEATOIRE DE POINTS

DOMINIQUE PEETERS, ISABELLE THOMAS
INSTITUT DE GEOGRAPHIE
UNIVERSITE CATHOLIQUE DE LOUVAIN

1. INTRODUCTION

Les modèles de *localisation-affectation* permettent de déterminer le nombre optimal d'implantations, leur localisation ainsi que leur aire de marché et leur taille. Ils s'appliquent à divers types d'activités humaines, tels les services publics ou les entreprises privées. Quel que soit le type et la nature de l'implantation, tout problème concret de planification nécessite une importante collecte de données afin de représenter le milieu d'étude et le comportement des acteurs de façon réaliste. Dans la plupart des applications, le milieu géographique est représenté par un espace *discret* où l'offre et la demande sont localisés en un ensemble fini de points ; ces points constituent les noeuds d'un graphe. Ces noeuds sont reliés par des arcs représentant le réseau de transport ; à chaque arc est associée une longueur (une distance). Les déplacements de la demande vers l'offre ou vice versa s'effectuent le

long de ces arcs. La manière dont le réseau de transport - dans sa totalité - influence les modèles de localisation-affectation fait l'objet de notre projet d'étude.

En pratique, de nombreuses simplifications sont adoptées pour représenter l'environnement réel et continu par un ensemble discret d'éléments, soulevant ainsi plusieurs problèmes d'analyse des données ; citons par exemple l'agrégation spatiale des données et les problèmes de taille et de forme des unités spatiales (voir par exemple, FOTHERINGHAM et *al.*, 1995 ; DASKIN et *al.*, 1989 ; RUHIGIRA, 1994 ; PLASTRIA, 1995), la manière d'exprimer la quantité demandée (BEGUIN et *al.*, 1992 ; THOMAS, 1993), la forme du réseau de transport (ARNOLD et *al.*, 1996 ; PEETERS, THOMAS, 1995), les limites du milieu d'étude (HODGSON, OPPONG, 1989). Ces problèmes liés à la représentation du milieu géographique et aux données sont multiples et souvent encore irrésolus.

Comme dans tout modèle impliquant des données spatiales, les applications des modèles de localisation optimale sont chaque fois *uniques* : chaque représentation d'un milieu géographique particulier conduit à une série de choix de la part du chercheur ou de l'aménageur, réduisant ainsi le niveau de généralité des conclusions. Représenter l'espace géographique continu par un réseau de points oblige à des choix relatifs à chaque composante du réseau de transport (figure 1 ; tableau 1) :

- (1) la forme de l'enveloppe définit les limites du milieu d'étude et détermine donc l'importance des effets de frontière,
- (2) le nombre de points représentant le milieu d'étude pose le problème de l'échelle, de la précision et de l'agrégation spatiale des données,
- (3) la position de chaque point qui représente l'implantation de la demande et de l'offre potentielle,
- (4) la quantité de demande affectée en chacun de ces points et les problèmes d'estimation, de mesure et de localisation de ces quantités,
- (5) les liens entre les noeuds du réseau et leurs caractéristiques (nombre de liens, localisation de ces liens et donc forme du réseau, capacité des liens -problèmes de congestion- et longueur des liens).

La représentation du milieu géographique comporte donc plusieurs éléments dont il convient de maîtriser les effets sur les localisations optimales d'activités humaines. Notre article est consacré à l'effet de la mesure de la longueur des arcs, tout autre élément étant maintenu constant : l'effet de la mesure de la distance est isolé. Ce travail se situe dans un programme de recherche plus vaste dont il convient d'apprécier l'état d'avancement dans le tableau 1.

Figure 1 : Représentation du milieu géographique

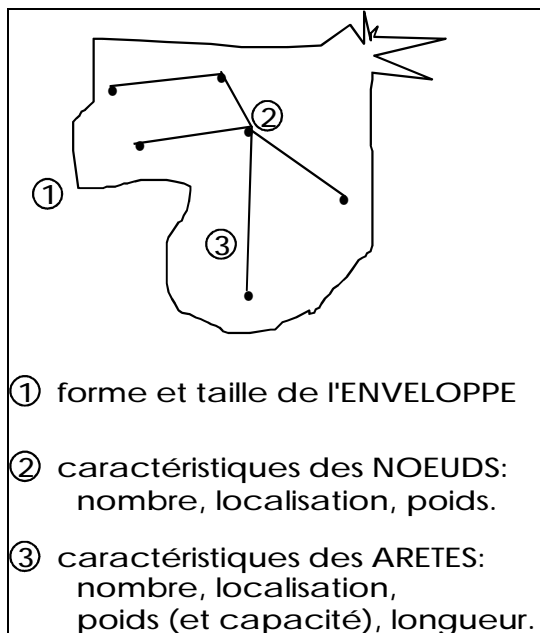


Tableau 1 : Situation de cet article dans le programme de recherche

| | | REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES | THEMES |
|-----------|--|--|---|
| ENVELOPPE | | | Forme de l'enveloppe et localisations optimales |
| NOEUDS | Nombre Localisation Quantités | RUHIGIRA, 1994 THOMAS, 1993 BEGUIN <i>et al.</i> , 1992 PEETERS, THOMAS, 1996 | Echelle et précision spatiale Effets de l'agrégation spatiale Mesure de la demande et localisations optimales Politique des prix et localisations optimales |
| ARETES | Nombre Localisation Capacité Longueur | PEETERS, THOMAS, 1995 ARNOLD <i>et al.</i> , 1996 (<i>en cours</i>) Ce papier • PEETERS, THOMAS, 1997 | Densité du réseau et accessibilité Forme du réseau et localisations optimales Congestion et localisations optimales Distance- l_p et k -médiane Orientation des axes orthogonaux et distance- l_p |

Le problème est donc de maîtriser les erreurs commises lorsque l'on représente un espace géographique continu par un graphe discret. Cet article s'intéresse à un problème parmi d'autres : il examine l'effet de l'*estimation de la longueur des arêtes* (distance) sur les résultats d'un modèle de localisation-affectation. La mesure de la distance entre les nœuds d'un réseau de transport est une tâche souvent longue et délicate dans une étude de cas. La distance utilisée est souvent la distance réelle exprimée en temps ou en mètres et mesurée sur le réseau routier. Indépendamment des modèles de localisation-affectation, certains auteurs ont essayé d'estimer les distances réelles en fonction des différences de coordonnées des points ; la distance- l_p en est un exemple fréquent (citons par exemple BRIMBERG, LOVE, 1992, 1993a et 1993b ; LOVE, MORRIS, 1972 et 1979 ; LOVE et *al.*, 1995 ; MULLER, 1982). La distance- l_p nécessite l'estimation de un à trois paramètres : p , q (l'orientation des axes de référence) et éventuellement w (une pondération exprimant des difficultés particulières de déplacement). Les valeurs de ces paramètres dépendent du cas empirique étudié (voir section 2).

Comme dans toute forme d'estimation, la distance réelle peut être sous- ou sur-évaluée par la distance- l_p , vu la nature statistique de la fonction de distance. Notre but n'est pas ici de discuter l'intervalle de confiance pour des distances inconnues (voir à ce propos LOVE et *al.*, 1995), ni de trouver les meilleures estimations de p pour un réseau de transport particulier (voir par exemple BERENS, KÖRLING, 1985). L'objectif est ici de vérifier si de petites différences dans les valeurs de p de la distance- l_p affectent les résultats des modèles de localisation-affectation. Autrement dit, quelle est l'influence des « erreurs » faites sur l'estimation d'une distance réelle par une distance- l_p sur les résultats opérationnels d'un modèle de localisation-affectation ?

La suite de l'article est organisée comme suit : la section 2 rend compte des choix de simulation (le réseau, la formulation de la distance, le modèle de localisation), la section 3 relate les résultats et la section 4 conclut l'article.

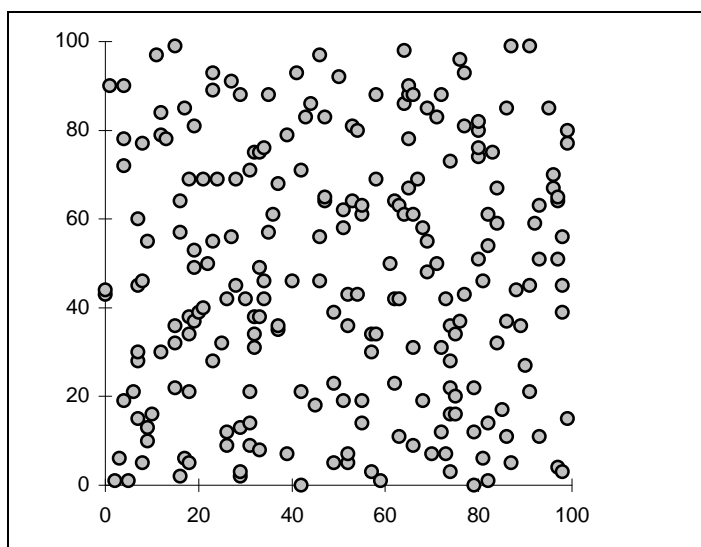
2. LES DONNEES

2.1. LE RESEAU

Le choix d'un réseau théorique régulier permet de mieux isoler le problème étudié (ANSELIN, 1986 ; HAINING, 1986) mais il traduit cependant souvent une configuration spatiale irréaliste et limite la variation de la longueur des arcs ; en termes de localisations optimales, le réseau régulier conduit également trop souvent à des optima alternatifs (ARNOLD et *al.*, 1996 ; PEETERS, THOMAS, 1995). Notons enfin que le réseau régulier ne

devrait qu'être un cas particulier du réseau irrégulier. Le présent article considère un lattis de points dont la localisation est irrégulière. La localisation de chaque point est générée aléatoirement selon une loi de probabilité uniforme dans une fenêtre carrée. Plusieurs semis de points ont été générés aléatoirement et utilisés dans des simulations. Le choix de la forme particulière du semis aléatoire n'influence pas les résultats proposés ici : par souci de synthèse, les résultats relatifs à un seul semis sont proposés et analysés. Soit un lattis de 225 points ($N = 225$) (Figure 2) ; le choix de la taille du lattis (N) est justifié par des résultats antérieurs (PEETERS, THOMAS, 1995 ; ARNOLD *et al.*, 1996). Chaque point i du réseau est à la fois un point de demande et un site potentiel d'offre. Chaque point i est caractérisé par ses coordonnées (x, y) et est relié à ses plus proches voisins par un arc dont la longueur est mesurée par une distance- l_p (voir paragraphe 2.2). La quantité de demande allouée en chaque point i est identique en tout point ($a_i=1, \forall i$) : cette contrainte permet de mieux isoler le problème étudié des autres sources de variation. La demande est supposée inélastique à la distance.

Figure 2 : Lattis aléatoire de 225 points



2.2. LA FONCTION DE DISTANCE

Rappelons que la distance- l_p - ou distance de Minkowski - est fréquemment utilisée comme estimateur des temps réels de déplacement (voir par exemple LOVE, MORRIS, 1972, 1979 ; BRIMBERG, LOVE, 1992, 1993a et 1993b) et prend la forme générale suivante :

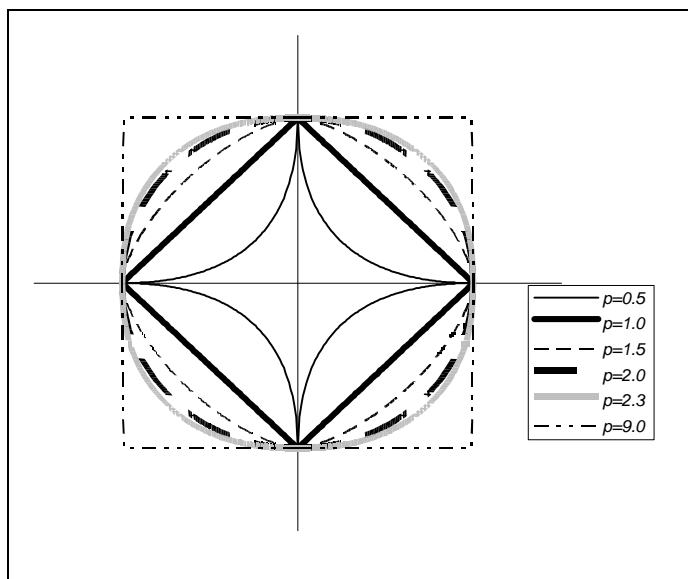
$$l_p(m,n) = (|dx|^p + |dy|^p)^{1/p}$$

où dx représente la distance d'un point m à un point n le long du premier axe, et dy le long du second.

Lorsque $p < 1$, l'inégalité triangulaire n'est plus respectée et la distance est dite *hyperrectilinéaire* (JUEL, LOVE, 1985) ; ces distances n'ont plus alors la propriété d'une norme. MULLER (1985) justifie cependant leur utilisation pour certains cas empiriques, tel celui d'un motocycliste évitant le trafic. Lorsque $p = 1$, la distance- l_p est dite *rectangulaire* ou rectilinéaire (Manhattan ou l_1). Empiriquement ces distances sont validées dans les villes américaines, où les déplacements se font selon deux directions perpendiculaires (WESOLOVSKY, LOVE, 1971 ; MULLER, 1985). Lorsque $p = 2$, la distance est dite *euclidienne* ; elle correspond à la distance à vol d'oiseau et est souvent utilisée comme estimateur des distances réelles sur un réseau très dense. Pour les valeurs de $p > 2$, la distance de Minkowski est plus courte que la distance euclidienne. Des valeurs de p supérieures à 2 sont empiriquement justifiables pour certaines évaluations individuelles, subjectives (voir par exemple MULLER 1985:191).

La figure 3 traduit graphiquement la signification des variations de p par isovecteurs : elle montre la localisation des points pour lesquels la distance au centre est identique. Pour des distances rectilinéaires ($p=1$), les isovecteurs ont la forme d'un carré sur sa pointe (carré dont les diagonales sont parallèles aux axes). Lorsque p est plus grand que l'unité, les sphères mathématiques sont convexes ; elles tendent vers une forme carrée quand p augmente (le carré est cette fois sur un côté). Les isovecteurs sont des cercles lorsque $p = 2$ et s'inscrivent vers l'intérieur lorsque $p < 1.0$.

La littérature relate plusieurs exemples d'*estimation* de distances réelles par une distance- l_p ; certaines se réfèrent à des réseaux intra-urbains, d'autres à des réseaux interurbains. Les valeurs les plus couramment citées de p varient entre 0.9 à 2.29, selon l'exemple considéré (voir par exemple LOVE, MORRIS, 1979 ; BERENS, KÖRLING, 1985 ; BRIMBERG, LOVE, 1993a et 1993b) ; les valeurs les plus fréquentes se situent entre 1.5 et 2.0. L'objectif de cet article n'est pas de trouver le paramètre p qui ajuste le mieux les distances sur un réseau de transport déterminé, mais bien de tester la sensibilité des résultats d'un modèle de localisation optimale à des changements de p . En d'autres termes, de vérifier si des « erreurs » d'estimation commises sur p engendrent des conséquences importantes sur l'organisation spatiale optimale des implantations dans un réseau de transport donné.

Figure 3 : Isovecteurs pour quelques valeurs de p 

Treize valeurs de p sont utilisées ici : p varie de 0.4 à 2.2 par pas de 0.2, soit 10 valeurs auxquelles nous avons ajouté les valeurs de 3.0, 6.0 et 9.0, afin de considérer des distances largement plus courtes que l'eulidienne (figure 3).

Empiriquement les estimations des temps de déplacements par la distance- l_p peuvent être améliorées par rotation des axes orthogonaux de référence lorsque p est compris entre 1 et 2 (HURIOT, PERREUR, 1973 ; LOVE, 1993 ; LOVE, MORRIS, 1972 ; BRIMBERG, LOVE, 1992 ; 1993-a et 1993b). De même, certaines améliorations peuvent être obtenues en appliquant des pondérations afin de tenir compte des difficultés de parcours. Nous nous limitons ici au seul test de sensibilité à p .

2.3. AUTRES CHOIX

Nous limiterons nos simulations à un seul modèle de localisation-affectation : la k -médiane (HAKIMI, 1964). Ce modèle minimise la somme pondérée des distances entre les points d'offre et les points de demande sous plusieurs contraintes qui assurent - entre autre - que toute la demande soit satisfaite, et que chaque point de demande soit affecté au site le plus proche. Ce choix est justifié par la bonne performance technique du modèle, par sa flexibilité, par son utilisation fréquente en planification ainsi que par la place importante qu'occupe la distance dans sa formulation. Dans de nombreuses applications de la k -médiane, la distance est interprétée comme une forme de désutilité à charge des usagers. Une estimation correcte de cette quantité est donc indispensable ; cette tâche est d'autant plus lourde à réaliser que la

taille du réseau est grande. Il n'y a pas de raison de penser que les conclusions soient différentes pour un autre modèle de localisation-affectation optimale ; cette hypothèse sera testée ultérieurement dans le programme de recherche.

Des solutions exactes sont calculées pour la k -médiane (HANJOUL, PEETERS, 1985). La sensibilité de chaque output du modèle aux variations de p est analysée séparément dans les paragraphes repris ci-dessous : localisations optimales des implantations, distance moyenne parcourue par un usager, distance maximale séparant l'usager le plus mal localisé d'un site d'offre, affectation totale aux sites d'offre (taille des services), et forme des aires de marché. k est le nombre d'implantations à localiser ; toute la demande est satisfaite par les k sites. Dans notre exemple, k peut théoriquement varier de 1 à 225 ; k est - dans cette publication - maintenu constant et égal à 3. Les résultats proposés ici ne sont pas sensibles à des changements du nombre de sites à localiser (k) ; lorsque k augmente, il est simplement plus difficile de synthétiser clairement les résultats au niveau des sites d'offre potentiels : beaucoup plus de petites disparités rendent les résultats moins facilement interprétables.

Les simulations envisagées ici se résument de la manière suivante : le modèle de la k -médiane est appliqué sur un réseau aléatoire de 225 points où chaque point est à la fois un point de demande et un site potentiel d'offre. La quantité de demande associée à chaque point de demande est identique en tout point ; chaque application de la k -médiane se réfère à une valeur différente de p : 13 valeurs de p sont considérées (0.4, 0.6, 0.8, 1.0, 1.2, 1.4, 1.6, 1.8, 2.0, 2.2, 3.0, 6.0 et 9.0). Les résultats présentés se limitent à l'implantation de trois sites d'offre ($k = 3$) et un seul lattis de points. Ces restrictions de présentation ne modifient aucunement les conclusions finales du papier.

3. RESULTATS

Envisageons systématiquement la sensibilité de tous les outputs de la k -médiane aux variations de p .

3.1. DISTANCES MOYENNE ET MAXIMALE

La *distance moyenne* entre tout point de demande i et le site d'offre optimal j^* auquel il est affecté est une mesure globale d'efficacité de la solution proposée. Sa variation avec p (le paramètre de la distance- l_p) est reproduite à la figure 4. Conformément à l'attente, la distance moyenne diminue régulièrement avec p ; la rapidité de la décroissance est inversement proportionnelle à p : très forte pour de très petites valeurs de p , très faible

pour de plus grandes. Les mêmes conclusions peuvent être tirées pour la distance maximale ; celle-ci reflète l'équité du système : elle représente la distance séparant le point de demande i le plus mal localisé par rapport au site d'offre j^* auquel il est affecté. Sa variation avec p est reproduite à la figure 5.

Figure 4 : Variation avec p de la distance moyenne proposée par la 3-médiane

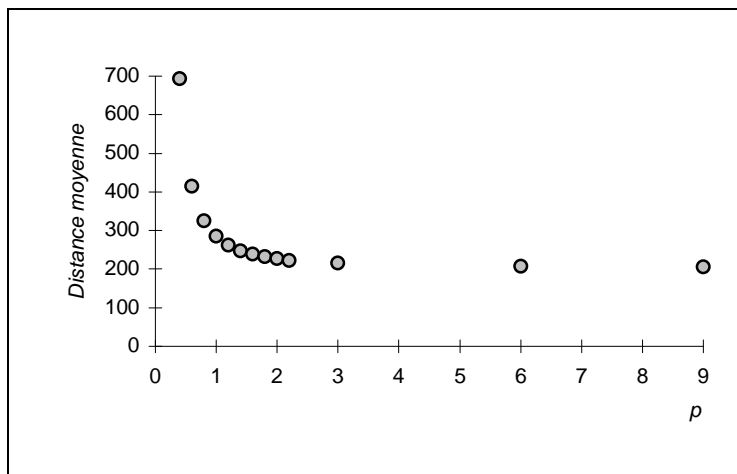
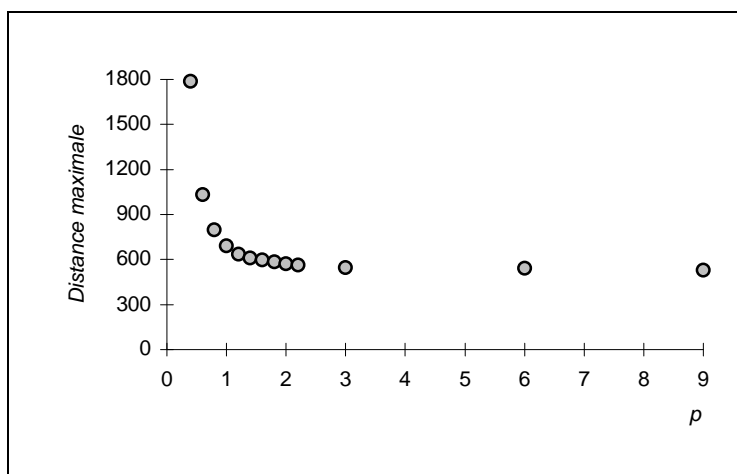


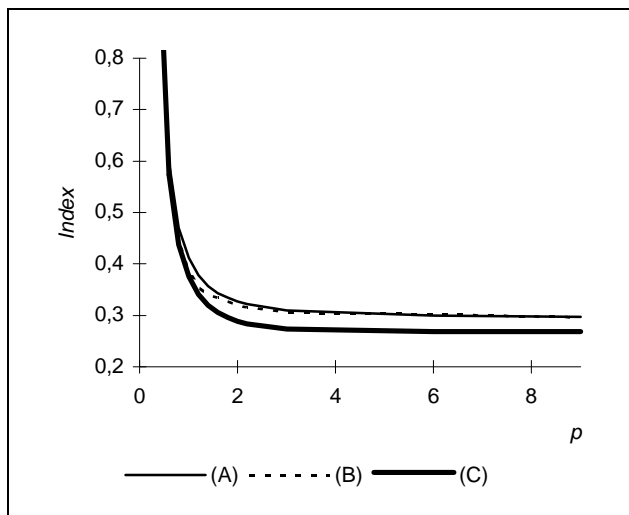
Figure 5 : Variation avec p de la distance maximale proposée par la 3-médiane



Les formes des deux décroissances observées sont conformes à l'attente : la figure 6 reporte sur un même graphique la variation avec p de la distance moyenne, de la distance maximale ainsi que de la valeur attendue de la distance- l_p ; cette dernière variable résulte de la simple transformation par la

distance- l_p , d'une distance entre coordonnées de points. Chaque variation est exprimée en valeurs relatives. Les différences existent mais sont très petites ; les décroissances observées ont toutes une forme semblable : la valeur absolue de la distance moyenne et de la distance maximale dépend uniquement de p .

Figure 6 : Variation relative avec p de la distance moyenne (A), maximale (B) et théorique (C)



En conclusion, p influence la valeur absolue de la distance moyenne et maximale ; les fluctuations observées sont conformes à celles attendues par simple formulation de la distance.

3.2. LOCALISATIONS OPTIMALES

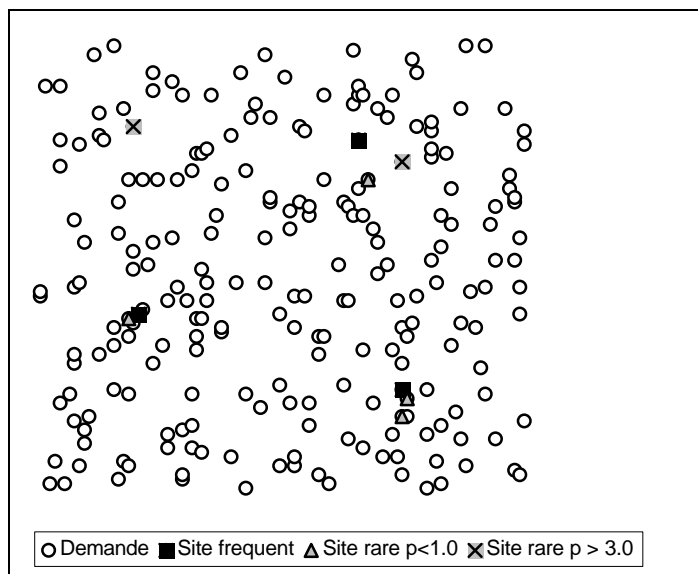
Le tableau 2 rend compte des sites choisis et de l'affectation totale en chaque site exprimée en nombre de points de demande affectés. Les implantations optimales sélectionnées par la k -médiane ne sont pas toujours les mêmes : p affecte le choix des localisations optimales, MAIS les sites j^* optimaux ne varient pas pour des valeurs empiriquement « raisonnables » de p . En effet, pour des valeurs de p comprises entre 1.2 et 3.0, aucune modification quant aux sites optimaux retenus par le modèle n'est observée. En d'autres termes, seules les distances- l_p utilisant des valeurs empiriquement non (ou exceptionnellement) justifiées de p ($p \leq 1.0$ ou $p > 3.0$) modifient le choix des implantations optimales.

Tableau 2 : Variation avec p des 3 sites choisis (j_1, j_2, j_3) et de leurs affectations (A_1, A_2, A_3)

| p | j_1 | j_2 | j_3 | A_1 | A_2 | A_3 |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 0.4 | 41 | 165 | 143 | 85 | 65 | 78 |
| 0.6 | 41 | 171 | 143 | 83 | 64 | 78 |
| 0.8 | 41 | 150 | 165 | 86 | 80 | 59 |
| 1.0 | 41 | 143 | 166 | 83 | 73 | 69 |
| 1.2 | 47 | 143 | 166 | 84 | 74 | 67 |
| 1.4 | 47 | 143 | 166 | 82 | 75 | 68 |
| 1.6 | 47 | 143 | 166 | 85 | 74 | 66 |
| 1.8 | 47 | 143 | 166 | 83 | 75 | 67 |
| 2.0 | 47 | 143 | 166 | 83 | 75 | 67 |
| 2.2 | 47 | 143 | 166 | 83 | 75 | 67 |
| 3.0 | 47 | 143 | 166 | 82 | 77 | 66 |
| 6.0 | 56 | 129 | 166 | 74 | 89 | 62 |
| 9.0 | 56 | 129 | 166 | 74 | 89 | 62 |

La figure 7 traduit graphiquement ces modifications. Les changements observés sont souvent proches des sites les plus fréquemment choisis, et rappelons-le concernent des valeurs empiriquement irréalistes de p . On peut parler de quasi-stationarité des solutions pour $p \in [1.2 ; 3.0]$.

Figure 7 : Localisations optimales



En conclusion, p affecte les localisations optimales suggérées par la 3-médiane lorsqu'il est très petit ($p \leq 1$), ou lorsqu'il est très grand ($p \geq 3.0$) ; p

n'affecte aucunement les localisations optimales pour les valeurs empiriquement justifiées du paramètre ($p \in [1.2 ; 2.2]$).

3.3. AFFECTATIONS OPTIMALES

Chaque point i de demande est affecté au site d'offre le plus proche. Chaque point d'offre optimal j^* est dès lors caractérisé par une quantité A_{j^*} qui représente la demande allouée en j^* , et par une aire de marché incluant les points i alloués à j^* . Ces deux critères (A_{j^*} et aire de marché) sont fréquemment utilisés pour évaluer les résultats de la k -médiane. Ils complètent ici notre analyse de sensibilité, sans surprise cependant : les quantités allouées aux trois sites optimaux sont égales lorsque p est proche de 2.0 ($p \in [1.8 ; 2.2]$) ; elles fluctuent erratiquement avec p lorsque p est compris entre 1.0 et 1.6 et fluctuent plus fortement pour des valeurs empiriques exceptionnellement justifiées de p ($p \leq 1 ; p \geq 3.0$).

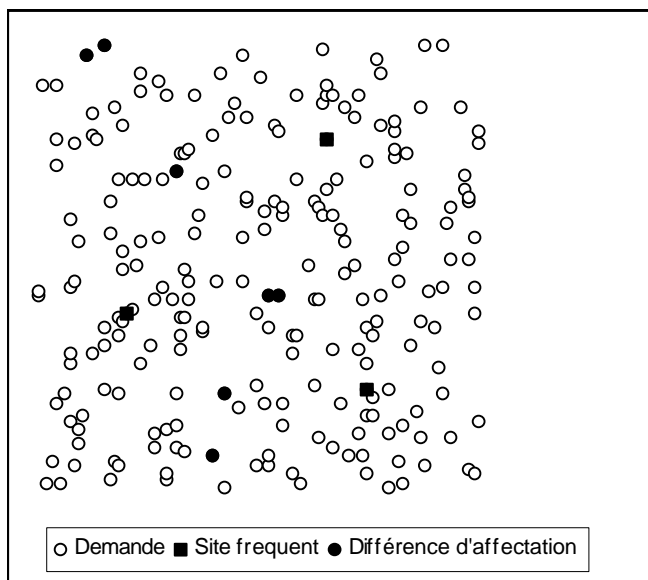
Les comparaisons des aires de marché de chaque site optimal sont à l'image des résultats évoqués aux paragraphes précédents : fluctuations pour les valeurs empiriquement peu/mal justifiées de p , similitudes pour les valeurs de p fréquemment utilisées dans la littérature et totale égalité pour des valeurs proches de 2.0. La figure 8 rend compte des différences observées lorsque p est compris entre 1.2 et 2.2. Des localisations optimales identiques peuvent conduire à de très légères différences dans la forme de l'aire de marché. Empiriquement, cela ne devrait pas gêner l'aménageur puisque en réalité, les limites des aires de marché d'un service sont souvent perméables, même pour des services d'urgence (THOMAS, 1993). Notons également que le dessin des aires de marché pose un problème concret : nous les dessinons dans un espace euclidien alors que les variations de p nous amènent à travailler sur des espaces non-euclidiens. La notion d'aire de marché doit donc ici être analysée avec prudence : elle complète simplement les résultats obtenus par ailleurs, et explique plus que probablement les différences erratiques observées lorsque p est compris entre 1.2 et 2.2 (figure 8).

En conclusion, lorsqu'on estime la distance-temps entre des nœuds d'un réseau par une fonction de distance- l_p , la valeur prise par le paramètre p influence peu les résultats opérationnels de la k -médiane : les localisations optimales et leurs affectations sont proches. Les différences observées dépendent de la valeur de p :

- (i) lorsque p est très petit ($p < 1.0$), la distance ne respecte plus l'inégalité triangulaire et chaque valeur de p génère des solutions différentes de la k -médiane, tant en termes de localisation, d'affectation ou de paramètres d'accessibilité.
- (ii) Lorsque p fluctue entre 1.0 et 1.6, p ne modifie aucunement les localisations mais les affectations varient erratiquement avec p .

- (iii) Lorsque p est proche de la distance euclidienne ($p \in [1.8 ; 2.2]$), la valeur de p n'a aucune incidence sur les résultats du modèle de localisation.
- (iv) Lorsque p est grand ($p > 2.2$), la distance est telle qu'elle est plus courte que l'eulidienne (voir section 2) et de fortes divergences sont à nouveau observées dans les localisations et affectation optimales.

Figure 8 : Points de demande dont l'appartenance à une aire de marché est modifiée avec p ($p \hat{I} [1.2 ; 2.2]$)



Pour rappel, les valeurs de p empiriquement justifiées dans les estimations de la distance-temps par une distance- l_p varient entre 1.5 et 2.0 (voir BERENS, KÖRLING, 1985), soit des valeurs qui - en moyenne - influencent peu/pas les résultats de la k -médiane. Les fortes modifications sont observées pour des valeurs extrêmes ($p < 1.0 ; p > 2.2$), soit des valeurs empiriquement mal justifiées.

La valeur prise par p dans l'estimation d'une distance-temps par une distance- l_p n'a pas de conséquences sur les résultats d'une k -médiane, pour autant que des valeurs « raisonnables » de p soient envisagées.

4. CONCLUSION GENERALE

L'objectif des simulations présentées dans cet article est de tester la sensibilité des résultats opérationnels des modèles de localisation-affectation à la fonction d'estimation de la distance. Nous nous sommes limités ici au modèle de la k -médiane et à la fonction de la distance- l_p (Minkowski). Seules les fluctuations de p ont été envisagées. Les simulations sont faites sur un

réseau théorique de 225 points dont la localisation est générée aléatoirement. Les simulations montrent que le choix de p ne modifie pas les résultats de la k -médiane lorsque des valeurs empiriquement justifiées de p sont prises en considération (p compris entre 1.2 et 2.2). Pour des valeurs exceptionnellement utilisées empiriquement ($p \leq 1.0$ ou $p \geq 2.4$), les divergences observées sont plus fortes. Pratiquement, ceci conduit à la conclusion suivante : estimer avec exactitude la valeur de p pour un ensemble de points de l'espace est un exercice peu utile, car de petites « erreurs » d'estimation de p n'engendrent pas/très peu de conséquences sur les résultats de la k -médiane.

Le présent article fait partie d'un programme de recherche plus vaste qui vise à cerner en quoi, comment et pourquoi la représentation du milieu géographique influence les résultats des modèles de localisation optimale. La forme du réseau et ses corollaires nous préoccupent particulièrement. Le tableau 1 rend compte de l'état d'avancement actuel de la recherche: chaque élément caractérisant le réseau et cité à la section 1 est mis en parallèle avec les travaux déjà parus. C'est dans ce cadre que s'inscrit le présent article.

BIBLIOGRAPHIE

ARNOLD P., PEETERS D., THOMAS I. (1996) Networks Configuration and p -median results. **Urban Systems** (sous presse).

ANSELIN L. (1986) Some Further Notes on Spatial Models and Regional Science. **Journal of Regional Science**, 26:4, pp. 799-802.

BEGUIN H., THOMAS I, VANDENBUSSCHE D. (1992) Weight variations within a set of demand points, and location-allocation issues: a case study of public libraries. **Environment and Planning A**, 24, pp. 1769-1779.

BERENS W., KÖRLING F. (1985) Estimating Road Distances by Mathematical Functions. **European Journal of Operational Research**, 21, pp. 54-56.

BRIMBERG J., LOVE R. (1992) A New Distance Function for Modelling Travel Distances in a Transportation Network. **Transportation Science**, 26:2, pp. 127-137.

BRIMBERG J., LOVE R. (1993a) Directional Bias of the l_p norm. **European Journal of Operational Research**, 67, pp. 287-294.

BRIMBERG J., LOVE R. (1993b) General Considerations on the Use of the Weighted l_p Norm as an Empirical Distance Measure. **Transportation Science**, 27:4, pp. 341-349.

- DASKIN M., HAGHANI A., KHANAL M., MALANDRAKI C. (1989) Aggregation Effects in Maximum Covering Models. **Annals of Operations Research**, 18, pp. 115-140.
- FOTHERINGHAM A., DENSHAM P., CURTIS A. (1995) The Zone Definition Problem in Location-allocation Modelling. **Geographical Analysis**, 27:1, pp. 60-77.
- HAINING R. (1986) Spatial Models and Regional Science: a Comment on Anselin's Paper and Research Directions. **Journal of Regional Science**, 26:4, pp. 793-798.
- HAKIMI S. (1964) Optimum Locations of Switching Centres and the Absolute Centres and Medians on a Graph. **Operations Research**, 12, pp. 450-459.
- HANJOUL P., PEETERS D. (1985) A Comparison of Two Dual-based Procedures for Solving the p -Median Problem. **European Journal of Operational Research**, 20, pp. 387-96.
- HODGSON J., OPPONG J. (1989) Some Efficiency and Equity Effects of Boundaries in Location-allocation Models. **Geographical Analysis**, 21:2, pp. 167-178.
- HURIOT J., PERREUR J. (1973) Modèles de localisation et distance rectilinéaire. **Revue d'Economie Politique**, 83, pp. 640-662.
- JUEL H. , LOVE R. (1985) The Facility Location Problem for Hyper-Rectilinear Distances. **AIIE Transactions**, 17, pp. 94-98.
- LOVE R. (1993) Directional Bias of the l_p -Norm. **European Journal of Operational Research**, 67, pp. 287-294.
- LOVE R., MORRIS J. (1972) Modelling Inter-city Road Distances by Mathematical Functions. **Operational Research Quarterly**, 23:1, pp. 61-71.
- LOVE R., MORRIS J. (1979) Mathematical Models of Road Travel Distances. **Management Science**, 25:2, pp. 130-139.
- LOVE R., WALKER J., TIKU M. (1995) Confidence Intervals for $l_{k,p,q}$ Distances. **Transportation Science**, 29:1, pp. 93-100.
- MULLER J. (1982) Non-Euclidean Geographic Spaces: Mapping Functional Distances. **Geographical Analysis**, 14:3, pp. 189-203.
- PEETERS D., THOMAS I. (1995) The Effect of the Spatial Structure on the p -median Results. **Transportation Science**, 29:4, pp. 366-373.

PEETERS D., THOMAS I. (1996) Network, Prices and Location. Communication au **colloque ISOLDE VII**, Edmonton (Canada), 2 juillet 1996.

PEETERS D., THOMAS I. (1997) Distance Predicting Functions and Applied Location-allocation Models. Some Simulations based on the l_p -norm and the k -median Model. Submitted.

PLASTRIA F. (1995) **What is the Best Aggregation Point ? A Case for the Gravity Centre**. Brussels, V.U.B., Centrum voor Bedrijfsinformatica, 14 p (Report BEIF/88).

RUHIGIRA J. (1994) **Effets de l'agrégation de la demande sur les configurations optimales de l'offre générées par le modèle de localisation-affectation de la p -médiane**. Thèse de doctorat en sciences, U.C.L., Louvain-la-Neuve.

THOMAS I., (1993) Sensibilité du découpage spatial optimal des services d'urgence à la définition de la demande. Quelques réflexions sur un exemple mésogéographique. **L'Espace Géographique**, 22:4, pp. 318-332.

WESOLOVSKY G., LOVE R. (1971) The Optimal Location of New Facilities Using Rectangular Distances. **Operations Research**, 19, pp. 124-134.