les Cahiers Scientifiques du Transport
N° 35/1999 - Pages 73-102

Olivier Morellet, Philippe Marchal
Formulation théorique de l'induction de trafic : garantir à la fois le signe du résultat et la cohérence vis-à-vis du partage modal

FORMULATION THEORIQUE DE L'INDUCTION DE TRAFIC : GARANTIR A LA FOIS LE SIGNE DU RESULTAT ET LA COHERENCE VIS-A-VIS DU PARTAGE MODAL

OLIVIER MORELLET, PHILIPPE MARCHAL
INRETS

Ces dernières années, d'importants aménagements de l'offre de transport ont montré que les phénomènes d'induction de trafic ne pouvaient être ignorés. Entre 1975 et 1996, on a observé un doublement du nombre de véhicules.kilomètres correspondant sur le territoire français aux trajets intérieurs à longue distance effectués en voiture particulière. Compte tenu de l'évolution de l'économie, de la démographie, du mode de vie des individus, de la motorisation des ménages et du prix du carburant automobile au cours de la période, une telle croissance ne peut s'expliquer que si l'on ajoute à l'effet de ces facteurs celui d'un accroissement de trafic non négligeable provoqué par l'extension du réseau des autoroutes de liaison. Certaines estimations conduisent à penser que cet accroissement aurait pu représenter le quart du trafic routier supplémentaire observé entre les deux dates ; tous moyens de transport confondus, cela correspondrait à une induction de trafic représentant environ 15 % du nombre supplémentaire de voyageurs.kilomètres observé, toujours entre 1975 et 1996 (CALZADA *et al.*, 1997). Le phénomène est évidemment encore plus net si l'on considère les seules relations origine-destination sur lesquelles une autoroute a été ouverte de bout en bout au cours de la période : ainsi, la mise en service d'une autoroute à péage provoquerait un accroissement relatif du trafic tous moyens de transport confondus qui peut aller d'une dizaine à quelques dizaines de pourcent, selon la longueur de la relation origine-destination considérée. L'augmentation est encore supérieure si l'ouvrage n'est pas à péage. Par ailleurs, la mise en service des trains à grande vitesse entre 1981 et 1984 a causé un accroissement de plus de 20 % du nombre de trajets entre l'Ile-de-France et la région de Lyon, tous moyens de transport confondus. Il est donc indispensable d'utiliser pour les études de trafic des modèles capables de traiter non seulement les aspects de partage modal, mais aussi ceux concernant l'induction.

Cet article se propose de montrer en quoi la validité de l'application du modèle à diverses études est liée à la possibilité de définir une formulation théorique qui garantit à la fois un résultat correct quant à la seule induction et la cohérence vis à vis des résultats de partage modal. Nous commençons par préciser ce que nous entendons de façon générale par « la définition de la formulation théorique », par opposition à « l'estimation des composantes paramétriques » du modèle. Puis nous commentons les deux aspects de plausibilité du signe de l'induction d'une part, de cohérence de l'induction et du partage modal d'autre part. Nous illustrons ensuite de quelle façon les formulations usuelles tendant à privilégier l'un des aspects au détriment de l'autre - « modèles séquentiels » ou « modèles directs de demande modale » - ne se prêtent pas à la réalisation d'études sur des bases théoriques stables. Enfin, nous proposons une formulation qui garantit systématiquement à la fois la plausibilité et la cohérence et peut donc être appliquée telle quelle d'une étude à l'autre, avec toute la stabilité requise au plan théorique. Nous donnons un exemple de modèle fondé sur ce type de formulation, avec estimation des composantes paramétriques sur la base de données relatives aux trajets intérieurs français de voyageurs à longue distance.

1. FORMULATION THEORIQUE ET COMPOSANTES PARAMETRIQUES D'UN MODELE

Considérons le cas d'une représentation mathématique des phénomènes avec laquelle on souhaite prévoir de façon opérationnelle les effets de certaines modifications d'offre intervenant dans un certain contexte socio-économique général. Les situations d'offre correspondantes forment un certain domaine (au sens topologique du terme) dans l'espace des configurations de caractéristiques d'offre ; ce domaine forme avec le contexte socio-économique considéré ce que nous appellerons le « champ d'application » de l'étude. La représentation elle-même prend la forme d'un certain nombre de fonctions qui relient les résultats cherchés aux données considérées comme exogènes. L'écriture de ces fonctions peut comprendre, en plus des données exogènes traitées en tant que variables, un certain nombre de coefficients numériques. La possibilité d'application opérationnelle implique que la valeur numérique de chacun de ces coefficients soit fixée de façon précise. Ces valeurs ont pu être déterminées au préalable de deux façons différentes.

1.1. COMPOSANTES PARAMETRIQUES

Tout ou partie des coefficients ont pu être estimés par une méthode statistique adéquate sur la base d'un échantillon de données d'observation. Nous donnerons à ces coefficients le nom de « composantes paramétriques » et à l'opération d'estimation le nom « d'estimation particulière ». L'ensemble des données d'observation utilisées est représentatif d'un certain domaine dans l'espace des caractéristiques d'offre, plongé dans un ou divers contextes socio-économiques ; il s'agit du « champ observé » qui peut être plus ou moins disjoint du champ d'application. Le nombre de composantes paramétriques dont il est ainsi possible de fixer la valeur est *borné supérieurement*, en fonction des contraintes de significativité imposées par le nombre et la qualité des données d'observation.

1.2. FORMULATION THEORIQUE

Du fait de la limitation du nombre de composantes paramétriques, il peut rester dans l'expression des fonctions des coefficients qui ne peuvent pas être estimés par les mêmes moyens. La valeur de ces coefficients est nécessairement déterminée indépendamment des données d'observation considérées ci-dessus, exactement comme le sont le plus souvent les formes analytiques des fonctions elles-mêmes. Nous appellerons « formulation théorique » l'ensemble constitué par les valeurs des coefficients concernés et par les formes analytiques de fonction. Une expression générale de la formulation théorique peut être :

$$M = \sum_k j_k F_k$$

où les F_k sont les fonctions mathématiques courantes que l'on pourrait appeler « formulations théoriques de base », et les j_k des facteurs qui caractérisent la formulation considérée.

Une question importante est alors de savoir si l'on est en mesure de préciser, pour chacun des facteurs j_k, une valeur numérique unique - éventuellement nulle - qui *reste valable pour des contextes socio-économiques ou des domaines de situations d'offre autres que ceux pour lesquels les composantes paramétriques ont été estimées.*

Si la réponse est positive, nous dirons que l'on sait « définir une formulation théorique stable » des phénomènes considérés. L'obtention de représentations applicables à d'autres contextes socio-économiques ou à d'autres domaines de situations d'offre suppose seulement de procéder à une nouvelle estimation des composantes paramétriques. Nous considérons que ce n'est qu'à cette condition qu'une représentation mathématique peut être assimilée - avec sa formulation théorique et les valeurs estimées des composantes paramétriques - à un véritable « modèle économique » au sens scientifique du terme.

Si la réponse est négative, la formulation théorique de la représentation ne vaut que pour une estimation particulière et doit être adaptée pour une autre estimation particulière. Il est alors difficile de voir dans cette formulation plus qu'un simple outil mathématique *ad hoc* traduisant sous formes d'équations des données propres à un cas particulier et ayant pour seule vocation de faciliter les calculs numériques limités à ce cas particulier.

2. PLAUSIBILITE DU SIGNE DU RESULTAT D'INDUCTION

Nous ne nous occuperons dans cet article que des représentations faisant le lien entre le trafic d'une relation origine-destination[1] et l'offre de transport dont bénéficie la relation considérée et elle seule. Nous désignerons par le terme « trafic induit » le surcroît de trafic apparaissant sur la relation du fait d'une amélioration de l'offre sur celle-ci, *en y incluant les éventuels transferts de trafic qui se font au détriment d'autres relations origine-destination.* En outre, nous supposerons que les phénomènes sont représentés par des fonctions continues au sens mathématique du terme.

Nous prendrons à titre d'illustration un premier cas concret d'amélioration de l'offre de transport dans un contexte socio-économique que l'on suppose inchangé :
- la situation avant amélioration est celle d'une relation desservie par la route, l'avion et des trains classiques ; nous appellerons l'offre correspondante « situation d'offre Γ » ;
- l'amélioration de l'offre sur la relation consiste en un remplacement de tous les trains classiques par des trains à grande vitesse ; l'offre résultant de cette amélioration sera appelée « situation d'offre Δ ».

Du fait de la mise en service des trains à grande vitesse dans la situation Δ et de l'invariance des autres caractéristiques de l'offre de transport, le niveau de service général s'améliore sur la relation et le nombre de trajets tous

[1] Classiquement, le trafic d'une relation entre deux zones regroupe tous les trajets qui sont effectués avec un lieu d'origine localisé dans une des zones et un lieu de destination localisé dans l'autre zone.

modes confondus augmente sur la relation.

Un second cas de modification est par exemple celui de la baisse des prix que les compagnies aériennes peuvent décider pour mieux concurrencer les trains à grande vitesse. Dans ce cas également, si l'on compare la situation avec trains à grande vitesse et les anciens prix aériens à la situation avec trains à grande vitesse et les nouveaux prix aériens, le nombre de trajets tous modes confondus augmente sur la relation.

Ce phénomène correspond à ce que l'on appelle couramment l'induction de trafic.

Une première condition que doit respecter une représentation mathématique des phénomènes est donc que le trafic tous modes confondus doit toujours augmenter quand le niveau de service de l'un des modes s'améliore toutes choses égales par ailleurs, i.e. que l'élasticité du trafic total par rapport au niveau de service d'un mode quelconque doit toujours être positive[2]. En principe, le respect de la condition doit valoir non seulement pour les différents types de modifications d'offre que la représentation est censée reproduire - dans les cas considérés, une modification du temps de parcours des trains ou du prix des vols -, mais aussi *quelles que soient les valeurs numériques des caractéristiques d'offre existant avant et après chacune de ces modifications.* Nous parlerons alors de « plausibilité systématique » du signe de l'induction. Cela dit, on peut envisager de se contenter d'une « plausibilité locale », i.e. pour les seules situations d'offre pour lesquelles on souhaite appliquer la représentation de façon opérationnelle. On peut alors se trouver dans deux cas différents.

Le premier cas est celui pour lequel le champ d'application reste strictement à l'intérieur du champ observé. Dans ce cas, le fait que la représentation ne soit plausible que localement n'est peut-être pas totalement satisfaisant pour l'esprit, mais on peut admettre qu'une représentation plausible systématiquement ne donnerait pas des résultats significativement différents pour les situations d'offre considérées.

Le second cas est celui qui motive à notre sens l'activité de modélisation, à savoir celui pour lequel on souhaite appliquer la représentation à des situations qui sortent du champ observé. Il convient alors de garantir que la représentation soit plausible non seulement dans le champ observé, mais aussi dans l'ensemble du champ d'application.

On peut tenir à cet égard le raisonnement suivant : (i) On sait qu'il existe des configurations de caractéristiques d'offre pour lesquelles la valeur positive de

[2] En fait, on verra en fin d'article que certains phénomènes marginaux peuvent faire que, dans certains cas très particuliers, l'élasticité puisse être négative. Nous nous plaçons à ce stade de l'exposé dans le cas d'élasticités strictement positives qui est de loin le plus fréquent.

l'élasticité du trafic total au niveau de service de chaque mode de transport résulte d'estimations faites sur la base de données d'observation et peut donc être considérée comme non erronée. (ii) On sait par ailleurs - puisque la plausibilité est seulement locale - qu'il existe d'autres configurations pour lesquelles la même élasticité est négative et donc erronée, au moins pour le niveau de service d'un des modes. (iii) En conséquence, puisque les fonctions sont supposées continues, il existe dans l'espace multidimensionnel des configurations possibles un domaine au sein duquel l'élasticité reproduite par la représentation varie continûment entre les valeurs positives non erronées vérifiées expérimentalement et les valeurs négatives erronées, et à l'intérieur de celui-ci un sous-domaine dans lequel les valeurs d'élasticité sont toutes erronées *sans être nécessairement négatives*. Or, en dehors du champ observé, il n'y a aucun moyen de savoir de façon certaine si une valeur d'élasticité positive est erronée ou non. On se trouve donc devant le paradoxe suivant : on est certain qu'une représentation qui n'est pas *systématiquement plausible* perd sa validité en dehors d'un certain domaine de situations d'offre, mais il est impossible de tracer exactement les limites de ce domaine[3]. En conséquence, ne pas pouvoir garantir la plausibilité systématique d'une représentation des phénomènes constitue un handicap sérieux à son application hors du champ observé.

3. COHERENCE DE L'INDUCTION ET DU PARTAGE MODAL

Dans le premier cas d'amélioration d'offre considéré ici, la quasi totalité des trajets induits se fait par le train, puisque c'est l'augmentation du niveau de service de ce moyen de transport qui est à l'origine des nouveaux déplacements dans l'offre Δ. Si ceux-ci n'avaient pas recours au mode ferroviaire, il n'y aurait aucune raison pour qu'ils n'aient pas été réalisés également dans la situation Γ. Par ailleurs, certains trajets effectués en avion ou en voiture dans l'offre Γ utilisent le train dans l'offre Δ, en raison de l'accroissement de compétitivité du train. La modification d'offre s'accompagne donc d'une diminution du nombre de trajets aériens ou routiers.

Dans le second cas de baisse des prix aériens, le trafic des moyens de transport autres que l'avion diminue.

Une seconde condition que doit respecter une représentation mathématique des phénomènes est donc que le trafic d'un mode doit toujours diminuer quand le niveau de service d'un autre mode s'améliore toutes choses égales par ailleurs, i.e. que l'élasticité croisée du trafic d'un mode par rapport au

[3] Inversement, le fait d'être systématiquement plausible n'est évidemment pas une condition suffisante de validité du modèle hors du champ observé.

niveau de service d'un autre mode doit toujours être négative[4]. Là encore, le respect de la condition doit valoir en principe non seulement pour les différents types de modifications d'offre que la représentation est censée reproduire, mais aussi *quelles que soient les valeurs numériques des caractéristiques d'offre existant avant et après chacune de ces modifications.* Nous parlerons alors de « cohérence systématique » de l'induction et du partage modal. Pour une application à certaines situations d'offre seulement, on peut envisager de se contenter d'une « cohérence locale ». Mais un raisonnement analogue à celui tenu à propos de la plausibilité locale montre qu'une représentation qui n'est pas *systématiquement cohérente* perd sa validité en dehors d'un certain domaine de situations d'offre sans qu'il soit possible de tracer exactement les limites de ce domaine. En conséquence, ne pas pouvoir garantir la cohérence systématique d'une représentation des phénomènes constitue un handicap sérieux à son application hors du champ observé.

Nous nous proposons d'examiner comment différentes formulations théoriques permettent de garantir ou bien la plausibilité systématique, ou bien la cohérence systématique, ou bien les deux à la fois, avec les conséquences que cela implique quant aux possibilités d'application de ces formulations dans le cadre d'études de trafic à vocation opérationnelle.

4. PRIVILEGIER LA PLAUSIBILITE SYSTEMATIQUE

Une des méthodes permettant de garantir la plausibilité systématique est de formuler explicitement une fonction dite « d'induction » qui relie le trafic total aux caractéristiques d'offre des différents modes avec une forme analytique telle que l'élasticité du trafic total au niveau de service de chaque mode soit toujours positive, sous réserve de certaines contraintes imposées aux valeurs des composantes paramétriques. Cette façon de procéder implique que la fonction d'induction soit complétée par une fonction dite

[4] En fait, comme pour le signe de l'induction, on verra en fin d'article que certains phénomènes marginaux peuvent faire que, dans certains cas très particuliers, l'élasticité puisse être positive. Dans l'exemple cité, certains trajets induits peuvent être effectués sur d'autres moyens de transport que le train. Ainsi, un voyage peut être induit en raison de l'amélioration apportée aux possibilités offertes pour le trajet aller qui se fait en conséquence par le train, mais avec un trajet retour empruntant l'avion par exemple. En outre, dans un délai assez long après leur mise en service, les trains à grande vitesse peuvent influencer la localisation des individus et des activités et être ainsi à l'origine d'un trafic supplémentaire qui n'est pas nécessairement effectué dans sa totalité en train. Mais, au moins pendant les années qui suivent immédiatement l'amélioration de l'offre, les trajets considérés ici restent le plus souvent minoritaires face aux trajets nouveaux qui empruntent le train. Ils représentent le plus souvent également une minorité par comparaison avec les trajets perdus par les autres moyens de transport du fait de l'accroissement de compétitivité du train. Nous nous plaçons à ce stade de l'exposé dans cette situation qui est de loin la plus fréquente.

« de partage modal » qui relie les parts de marché des différents modes aux caractéristiques d'offre de ces modes. On a alors une représentation dite « séquentielle ».

Pour que la représentation soit opérationnelle, il convient à la fois d'arrêter le choix de l'expression mathématique des deux fonctions et de procéder au moins à une estimation particulière des composantes paramétriques, le tout étant fait sur la base d'un certain nombre de données d'observation.

Quel que soit le type de fonction retenu pour le partage modal lors de l'estimation particulière considérée, il est *a priori* toujours possible de trouver une expression de la fonction d'induction qui permet à la fois de reproduire au mieux les données d'observation et de respecter la condition de cohérence systématique avec les valeurs obtenues pour les composantes paramétriques, en plus de la condition de plausibilité systématique supposée toujours vérifiée ici. Mais rien ne garantit que l'on puisse trouver une fonction d'induction qui soit en outre telle que la cohérence systématique subsiste avec une nouvelle représentation résultant d'une seconde estimation particulière permettant de reproduire au mieux d'autres données d'observation.

4.1. UN EXEMPLE DE FORMULATION THEORIQUE SIMPLE

L'exemple permettant d'illustrer ce qui vient d'être dit sera dans un premier temps limité au cas des expressions simples que sont une fonction logit agrégée pour le partage modal et une fonction d'induction ayant pour seul argument l'expression de l'utilité « moyenne » des voyageurs impliquée par la fonction logit. En outre, les données d'observation disponibles sont supposées refléter strictement les seuls phénomènes impliqués dans les deux cas de modification d'offre : les effets d'un changement du temps de parcours des trains et ceux d'un changement du tarif de base de l'avion. Toutes les autres caractéristiques de niveau de service pour tous les moyens de transport prennent des valeurs données, qui restent inchangées quand les temps de parcours ferroviaires ou les tarifs aériens sont modifiés. Enfin, nous verrons que les données disponibles ne permettent pas d'estimer plus de six composantes paramétriques au total. Dans ces conditions, les deux fonctions peuvent être écrites comme suit.

Fonction de partage modal

L'expression de l'utilité pour le mode « train » prend la forme $aT + b$, où T est le temps de parcours des trains en heures et a et b sont les composantes paramétriques à estimer (la seconde traduisant implicitement le rôle de tous les autres attributs de l'offre ferroviaire ou des zones origine-destination qui sont susceptibles d'influer sur l'utilité du mode « train »).

L'expression de l'utilité pour le mode « avion » prend la forme $gP + d$, où P est le tarif de base des vols en Euro et g et d sont les composantes paramétriques à estimer (la seconde traduisant implicitement le rôle de tous les autres attributs de l'offre aérienne ou des zones origine-destination qui sont susceptibles d'influer sur l'utilité du mode « avion »).

L'utilité pour le mode « voiture particulière » est égale à une constante (traduisant implicitement le rôle de tous les attributs de l'offre routière et des zones origine-destination qui sont susceptibles d'influer sur l'utilité du mode « voiture particulière ») que nous prenons égale à 1, par convention.

On a alors :

$$U(T,P) = ln(e^1 + e^{a\,T+b} + e^{g\,P+d})$$
$$S_t(T,P) = e^{a\,T+b} \,/\, e^{U(T,P)}$$
$$S_a(T,P) = e^{g\,P+d} \,/\, e^{U(T,P)}$$
$$S_v(T,P) = e^1 \,/\, e^{U(T,P)}$$

où $U(T,P)$ est ce que l'on peut appeler l'utilité « moyenne » des voyageurs et où $S_t(T,P)$, $S_a(T,P)$ et $S_v(T,P)$ sont les parts modales respectives du train, de l'avion et de la voiture.

Fonction d'induction

Soit $R(T_1,T_2,P_1,P_2)$ le quotient du nombre total de trajets existant pour un temps de parcours T_2 et un tarif P_2 par le nombre total de trajets existant pour T_1 et P_1. Puisque - ainsi qu'on l'a supposé - le seul argument de la fonction d'induction est l'utilité moyenne U telle qu'elle vient d'être définie, on peut écrire :

$$R(T_1,T_2,P_1,P_2) = F(U(T_2,P_2)) \,/\, F(U(T_1,P_1))$$

où F est une fonction de U qui, dans l'ensemble des valeurs possibles de U, doit être ou bien toujours positive et croissante, ou bien toujours négative et décroissante, et qui comporte au plus deux composantes paramétriques. Dans notre exemple, la fonction F prend la forme suivante :

$$F(U) = 1 \,/\, (e + e^{-m\,e^U})$$

où e et m sont les composantes paramétriques à estimer.

Nous désignerons par A la formulation théorique ainsi définie.

4.2. PREMIERE ESTIMATION PARTICULIERE DES COMPOSANTES PARAMETRIQUES

Supposons que l'on souhaite appliquer la formulation théorique A dans le cadre d'une étude E, avec un champ d'application E pour ce qui est des situations d'offre. À cet effet, on procède à une estimation particulière des composantes paramétriques sur la base de données d'observation[5] dites données 1, qui couvrent un champ observé 1 qui ne correspond pas nécessairement au champ d'application E. Ces données sont précisées dans les Tableaux 1 et 2 . Elles sont relatives à deux relations entre zones françaises distantes de 700 km - les caractéristiques des zones origine et destination étant identiques pour les deux relations - et traduisent les deux phénomènes que la représentation doit reproduire correctement pour l'estimation finale de la variation de trafic ferroviaire : la variation de la part du train dans le marché total qui doit être chiffrée par la fonction de partage modal, et la variation du nombre total de trajets qui doit être chiffrée par la fonction d'induction sous contrainte de plausibilité systématique. Sur la première relation, la modification d'offre observée consiste uniquement en une réduction du temps de parcours des trains : de 3 heures à 2 heures. Dans les deux situations, tous les autres aspects du niveau de service restent inchangés pour tous les moyens de transport. Le tarif de base de l'avion est de 102 Euros. Les autres caractéristiques d'offre prennent des valeurs qui sont observées couramment en transport interrégional. Sur la seconde relation, la modification d'offre observée consiste uniquement en une diminution du tarif de base de l'avion : de 55 à 33 Euros. Dans les deux situations, tous les autres aspects du niveau de service restent identiques à ceux de la première relation, à l'exception du temps de parcours des trains qui est de 4 heures.

Sur la base de ces données, on obtient les résultats d'estimation suivants.

Fonction de partage modal :

$$a = -0,40757 \quad b = 2,45788 \quad g = -\,0,07449 \quad d = 5,33912$$

Fonction d'induction :

$$e = 0,26581 \quad m = 0,35830$$

---

[5] Notre but est ici de montrer les limites d'un certain type de représentation des phénomènes. Comme les données d'observation réelles sont toujours affectées par des erreurs de mesure, il n'est pas souhaitable de se servir de données de cette nature pour une estimation fondée uniquement sur quatre situations d'offre. Les erreurs de mesure biaiseraient l'estimation et on courrait le risque de mettre en évidence les difficultés imputables à ces erreurs, et non celles dont est responsable la formulation théorique elle-même. De toutes façons, même s'il était possible de mesurer le trafic sans erreur aucune, il serait très difficile de trouver dans la réalité des relations propices à une estimation parfaite, c'est-à-dire des relations ne différant que pour ce qui concerne les facteurs pris explicitement en compte dans les fonctions. C'est pourquoi nous utiliserons des résultats fournis par le modèle M.A.T.I.S.S.E. décrit en fin d'article, appliqué avec des hypothèses d'offre de transport qui restent dans tous les cas inchangées, hormis le temps de parcours des trains et le tarif de base de l'avion. Les analyses faites dans (MORELLET *et al.*, 1997b) montrent que les résultats de ce dernier sont proches des données d'observation disponibles, notamment pour les effets considérés ici. Nous ferons donc comme si les résultats utilisés étaient représentatifs de la réalité.

Tableau 1 : Données d'observation 1, première relation (avec un tarif de base aérien de 102 Euros)

temps de parcours des trains	part du train dans le marché total	% de trajets induits par rapport au nombre total de trajets avec un temps de 3 heures
3 heures	54,92 %	-
2 heures	64,68 %	+ 15,18 %

Tableau 2 : Données d'observation 1, seconde relation (avec un temps de parcours des trains de 4 heures)

tarif de base aérien	part du train dans le marché total	% de trajets induits par rapport au nombre total de trajets avec un prix de 55 Euros
55 Euros	27,01 %	-
35 Euros	11,23 %	+ 17,79 %

T et P étant nécessairement positifs, U peut varier approximativement de 1 à 5,41. Dans cette plage de variation, la condition de cohérence est systématiquement respectée. La formulation théorique A et les données d'observation 1 conduisent donc à une représentation dite A1, qui peut être appliquée non seulement aux situations d'offre faisant l'objet de l'étude E, mais à toutes les valeurs possibles des temps de parcours ferroviaires et des prix aériens sans que l'on puisse soupçonner un risque de non validité *a priori*.

4.3. SECONDE ESTIMATION PARTICULIERE DES COMPOSANTES PARAMETRIQUES

Supposons maintenant que l'on souhaite appliquer la formulation théorique A dans le cadre d'une autre étude E', avec un champ d'application E' pour ce qui est des situations d'offre. Pour cette nouvelle application, on souhaite utiliser également de nouvelles données d'observation dites données 2 qui couvrent un champ observé 2 qui ne correspond pas nécessairement au champ d'application E' (Tableaux 3 et 4). Ces données sont relatives à des relations entre zones origine-destination qui sont toujours distantes de 700 km et dont les caractéristiques sont les mêmes que celles des premières relations. Les nouvelles relations sont desservies toutes deux par la même offre de transport (temps de parcours des trains et tarifs de base de l'avion mis à part), avec des caractéristiques de niveau de service qui ne sont pas nécessairement identiques à celles des deux premières relations.

Tableau 3 : Données d'observation 2, première relation (avec un tarif de base aérien de 102 Euros)

temps de parcours des trains	part du train dans le marché total	% de trajets induits par rapport au nombre total de trajets avec un temps de 4 heures
4 heures	48,42 %	-
2 heures	68,17 %	+ 27,85 %

Tableau 4 : Données d'observation 2, seconde relation (avec un temps de parcours des trains de 4 heures)

tarif de base aérien	part du train dans le marché total	% de trajets induits par rapport au nombre total de trajets avec un prix de 80 Euros
80 Euros	41,70 %	-
60 Euros	32,31 %	+ 5,63 %

Sur la base de ces nouvelles données, on peut procéder à une nouvelle estimation des composantes paramétriques dont les résultats sont les suivants :

Fonction de partage modal :

$$a = -0,41241 \quad b = 2,83675 \quad g = -0,04000 \quad d = 3,82255$$

Fonction d'induction :

$$e = 0,22224 * 10^{-3} \quad m = 1,43110$$

La valeur de *U* peut désormais varier entre 1 et 4,18. Dans cette plage de variation, la condition de cohérence ne se trouve plus respectée dès que *U* passe en dessous de la valeur de 2,01. Par exemple, on obtient un *accroissement* de 4,08 % du nombre de trajets effectués en train pour une *diminution* du tarif de base aérien *P* de 102 Euros à 80 Euros, avec un temps de parcours des trains *T* qui reste égal à 4 heures.

De ce résultat, il convient de tirer trois enseignements.

Le premier enseignement est que rien dans l'estimation particulière des composantes paramétriques sur la base des données 1 ne pouvait laisser prévoir la non cohérence systématique de la formulation théorique A avec estimation particulière sur la base des données 2.

Le second enseignement est que, si le champ d'application E' n'est pas inclus dans le champ observé 2, on se trouve pour l'étude E' face à trois options dont aucune n'est véritablement satisfaisante.

Ou bien on retient la représentation A2 fondée sur la formulation théorique A et les données d'observation 2, en se contentant d'une cohérence qui est seulement locale, c'est-à-dire pour un champ limité à des prix aériens et à des temps de parcours ferroviaires bornés supérieurement. Certes, le champ couvert par les données utilisées pour les exercices réels d'estimation est plus large que celui de l'exemple que nous avons choisi très simple à dessein. La cohérence locale est donc vérifiée dans un champ qui est lui aussi plus large que celui de notre exemple. Mais, ainsi qu'on l'a dit, le fait que la cohérence ne soit pas systématique signifie que la représentation A2 perd sa validité en dehors d'un certain champ d'application, sans qu'il soit possible de tracer exactement les limites de ce champ ; c'est là un handicap sérieux pour une application au champ E'.

Ou bien on réduit les risques de non validité de la représentation retenue pour le champ d'application E' en faisant en sorte de respecter la cohérence systématique en sus de la condition de plausibilité systématique, tout en conservant la formulation théorique A. Cela n'est possible qu'en choisissant pour les composantes paramétriques de la fonction logit (respectivement de la fonction d'induction) des valeurs qui ne sont pas optimales du point de vue des données d'observation 2 pour ce qui est du partage modal (respectivement de l'induction). On retient alors une représentation A0 qui ne permet pas de reproduire les observations.

Ou bien on retient une représentation B2 respectant la cohérence systématique et reproduisant les données d'observation 2, mais fondée sur une autre formulation théorique B avec une autre expression analytique de la fonction d'induction (et/ou de la fonction de partage modal). On ne peut alors définir une formulation théorique stable des phénomènes pour l'ensemble des études E et E'.

Enfin, le dernier enseignement concerne ce qui se serait passé si l'on avait commencé par l'étude E' avec la formulation théorique A et les données d'observation 2, avec un champ d'application E' inclus dans le champ observé 2 ; le fait que la représentation A2 ne soit pas systématiquement cohérente n'aurait pas alors été source de difficulté particulière pour l'étude considérée. Mais il n'en aurait pas été de même si l'on avait ensuite souhaité réaliser une étude E'' avec un nouveau champ d'application sortant du champ observé 2.

Une solution limitant les risques de non validité pour le champ E" aurait pu être de retenir une autre représentation reprenant la formulation théorique A avec de nouvelles valeurs de composantes paramétriques estimées sur la base de données d'observation 3 représentatives du nouveau champ d'application. Mais cette façon de procéder n'est acceptable que si le champ E" est totalement disjoint du champ E' ; sinon, on applique successivement deux représentations différentes aux situations d'offre qui sont communes à E' et E", avec le plus souvent deux résultats numériques différents, sans aucune justification.

Ces limites inhérentes au type de formulation théorique choisi sont d'autant plus regrettables que le contexte socio-économique de la seconde estimation particulière est identique à celui de la première et que les domaines de situations d'offre observés diffèrent assez peu. Bien sûr, il existe pour la fonction *F* une multitude d'expressions autres que celle retenue plus haut, qui auraient permis - avec l'expression retenue pour la fonction de partage modal - de reproduire exactement les deux jeux de données d'observation tout en respectant à chaque fois la condition de cohérence systématique. Mais il serait impossible, pour chacune de ces expressions, de garantir que la cohérence systématique serait conservée à l'issue d'un troisième exercice quelconque d'estimation particulière.

4.4. Le cas des autres types de formulation

Les fonctions retenues dans l'exemple ne sont évidemment pas représentatives de l'ensemble des possibilités imaginables. Mais nous ne voyons pas comment la difficulté soulevée pourrait disparaître complètement, tant que la formulation théorique distinguera sous une forme ou sous une autre :
- l'application d'une fonction de partage d'un certain sous-ensemble des trajets entre deux ou plusieurs modes de transport,
- puis le calcul d'une utilité « moyenne » supposée représentative du sous-ensemble des trajets, en fonction de laquelle on détermine - en cas de modification de l'offre de transport - ou bien la variation du nombre de trajets dans le sous-ensemble considéré, ou bien la variation de la part relative prise par ce sous-ensemble dans un sous-ensemble plus vaste de trajets ou dans l'ensemble de tous les trajets de la relation (comme c'est la cas par exemple avec les formulations dites « *nested logit* »).

5. Privilegier la coherence systematique

Une des méthodes permettant de garantir la cohérence systématique est de formuler explicitement un ensemble de fonctions dites « directes de demande modale » dont chacune relie directement le trafic d'un des modes aux caractéristiques d'offre de transport avec des formes analytiques telles que l'élasticité croisée du trafic du mode considéré au niveau de service de chaque autre mode soit toujours négative, sous réserve de certaines contraintes imposées aux valeurs des composantes paramétriques. Lors d'une première estimation particulière, il est *a priori* toujours possible de trouver des expressions pour les différentes fonctions modales qui permettent à la fois de reproduire au mieux les données d'observation et de respecter la condition de plausibilité systématique avec les valeurs obtenues pour les composantes paramétriques, en plus de la condition de cohérence systématique. Mais, à l'image de ce que l'on a déjà dit pour la fonction d'induction d'une formulation séquentielle, rien ne garantit que l'on puisse trouver des fonctions modales qui soient en outre telles que la plausibilité systématique subsiste avec une nouvelle représentation résultant d'une seconde estimation particulière permettant de reproduire au mieux d'autres données d'observation.

5.1. *UN EXEMPLE DE FORMULATION THEORIQUE SIMPLE*

Un exemple de fonctions directes de demande peut être donné en considérant sous un autre angle les fonctions de l'exemple déjà présenté et en écrivant :

$$F_t(T,P) = F(ln(e^1 + e^{a'T+b'} + e^{g'P+d'})) \cdot e^{a'T+b'} / (e^1 + e^{a'T+b'} + e^{g'P+d'})$$
$$F_a(T,P) = F(ln(e^1 + e^{a''T+b''} + e^{g''P+d''})) \cdot e^{g''P+d''} / (e^1 + e^{a''T+b''} + e^{g''P+d''})$$
$$F_v(T,P) = F(ln(e^1 + e^{a'''T+b'''} + e^{g'''P+d'''})) \cdot e^1 / (e^1 + e^{a'''T+b'''} + e^{g'''P+d'''})$$

où $F_t(T,P)$, $F_a(T,P)$ et $F_n(T,P)$ sont les nombres de trajets effectués respectivement en train, en avion et en voiture (à un même facteur près).

La plausibilité systématique avait pu être obtenue plus haut en estimant indépendamment les composantes paramétriques de la fonction de partage modal et les composantes paramétriques de la fonction d'induction. Avec cette autre façon d'écrire la formulation théorique, la garantie de cohérence systématique peut être obtenue - avec les mêmes données d'observation - en estimant les composantes paramétriques de chaque fonction indépendamment de ce qui est fait pour les deux autres fonctions. Mais les valeurs estimées pour les trois composantes paramétriques intervenant en même position dans les trois fonctions de demande (par exemple a', a'' et a''') ne seront généralement pas identiques et donc l'ensemble de la représentation obtenue ne pourra pas nécessairement s'écrire comme la combinaison d'une fonction de partage modal de type logit et d'une fonction d'induction reprenant comme argument l'utilité « moyenne » issue de la fonction de partage modal.

La présentation d'exercices d'estimation des composantes paramétriques pour la formulation indiquée ci-dessus prendrait trop de place. C'est pourquoi nous nous contenterons ici d'une formulation théorique A plus simple qui agrège les trajets effectués en voiture et en avion (considérés ici comme un seul mode) et d'une estimation des composantes paramétriques sur la base de données 1 ou 2 qui sont les mêmes - à l'ordre près - que celles considérées pour les fonctions de partage modal et d'induction en ce qui concerne les effets d'un changement du tarif de base de l'avion pour un temps de parcours des trains de 4 heures. Ces données n'ayant été précisées jusqu'ici qu'en termes de part modale du train et de variation relative du trafic total, l'estimation sera faite en faisant l'hypothèse supplémentaire que le nombre total de trajets est de 100 pour l'une des deux situations d'offre. Cela permet d'estimer quatre composantes paramétriques au total. Les formes analytiques retenues pour les fonctions directes de demande modale sont indiquées ci-après.

Nombre de trajets en train :

$$F_t(P) = q + w / (1 + e^{-(P+75)/100})$$

où P est le tarif de base des vols en Euro et q et w sont les composantes paramétriques à estimer.

Nombre de trajets pour les autres moyens de transport :

$$F_{av}(P) = l \cdot (0{,}10 + e^{-x \cdot P/100})$$

où P est le tarif de base des vols en Euro et l et x sont les composantes paramétriques à estimer.

5.2. PREMIERE ESTIMATION PARTICULIERE DES COMPOSANTES PARAMETRIQUES

Pour l'application de la formulation théorique dans le cadre d'une étude E, l'estimation particulière des composantes paramétriques est faite sur la base des données d'observation 1 qui sont relatives aux prix aériens de 80 et de 60 Euros, en ajoutant l'hypothèse que le nombre total de trajets est de 100 pour le prix de 80 Euros (Tableau 5).

Tableau 5 : Données d'observation 1

tarif de base aérien	nombre de trajets en train	nombre de trajets en avion ou en voiture
80 Euros	42	58
60 Euros	34	71

Sur la base de ces données, on obtient les résultats d'estimation suivants.

$$q = -154{,}97 \quad w = +238{,}42$$

$$l = +124{,}60 \quad x = +1{,}25$$

Tant que la valeur de *P* n'excède pas 200 Euros, le nombre total de trajets résultant de la somme des deux fonctions directes de demande modale est bien une fonction décroissante du prix des vols. Au delà, le nombre total de trajets commence à croître en même temps que le prix, mais de façon très légère. La formulation théorique A et les données d'observation 1 conduisent donc à une représentation A1, qui peut être appliquée à un assez large champ de valeurs des temps de parcours ferroviaires et des prix aériens - et dont on peut espérer que font partie les situations d'offre de l'étude E - sans que l'on puisse soupçonner un très grand risque de non validité *a priori*.

5.3. SECONDE ESTIMATION PARTICULIERE DES COMPOSANTES PARAMETRIQUES

On suppose maintenant que l'on souhaite appliquer la formulation théorique A à d'autres situations d'offre, dans le cadre d'une autre étude E'. Pour cette application, on souhaite utiliser les données d'observation 2 relatives au prix aériens de 55 et de 35 Euros, en ajoutant l'hypothèse que le nombre total de trajets est de 100 pour le prix de 55 Euros (Tableau 6).

Tableau 6 : Données d'observation 2

tarif de base aérien	nombre de trajets en train	nombre de trajets en avion ou en voiture
55 Euros	27	73
35 Euros	13	104

Sur la base de ces nouvelles données, les résultats d'estimation sont les suivants.

$$q = -272{,}77 \quad w = +381{,}50$$
$$l = +190{,}97 \quad x = +2{,}30$$

Dès que la valeur de *P* excède 100 Euros, le nombre total de trajets résultant de la somme des deux fonctions directes de demande modale est une fonction *croissante* du prix des vols. Par exemple, on obtient un *accroissement* de 1,3 % du nombre total de trajets effectués pour une *augmentation* du tarif de base aérien *P* de 110 Euros à 120 Euros.

Dans ce cas, contrairement à l'exemple donné pour les fonctions d'induction et de partage modal, l'estimation particulière des composantes paramétriques sur la base des données 1 donnait déjà lieu à une non plausibilité pour des situations d'offre extrêmes ; mais il était impossible de déduire de cet exercice pour quelles situations d'offre apparaîtrait la non plausibilité de la représentation A2 fondée sur la même formulation théorique avec estimation particulière sur la base des données 2. Par ailleurs, si le champ d'application E' diffère du champ observé 2, on se retrouve face aux difficultés déjà signalées pour les fonctions d'induction et de partage modal : ou bien on se contente d'une plausibilité locale avec les risques que cela comporte pour la validité de l'application au champ E', ou encore on cherche à respecter la plausibilité systématique avec des valeurs de composantes paramétriques qui ne permettent pas de reproduire les données d'observation 2, ou enfin on respecte la plausibilité systématique en retenant une autre formulation B sans se soucier de la stabilité des bases théoriques sur lesquelles reposent les études E et E'.

6. GARANTIR A LA FOIS LA PLAUSIBILITE ET LA COHERENCE SYSTEMATIQUES

Nous avons vu que l'impossibilité de garantir systématiquement les conditions de plausibilité et de cohérence pour certains types de formulation impliquait que le choix d'une de ces formulations, fait dans le cadre d'une certaine étude particulière, pouvait se trouver remis en cause à l'occasion d'autres études particulières et que cela entrait en contradiction avec le souci de raisonner sur des bases théoriques stables d'une étude à l'autre.

Dans le cas des deux fonctions de partage modal et d'induction, l'impossibilité de garantir les deux conditions vient de ce que la fonction de partage modal est déterminée - valeurs des composantes paramétriques comprises - selon un processus qui est indépendant du processus suivi pour déterminer la fonction d'induction. Or, si la représentation s'appuie sur une désagrégation suffisante des trajets, il n'est plus besoin de déterminer une fonction de « partage modal » reproduisant des parts de marché pouvant varier continûment de 0 à 100 %. Il suffit d'établir des règles qui identifient un seul et unique « mode choisi » pour chaque type de trajet, complétées par la détermination d'une fonction d'induction propre à ce type de trajet.

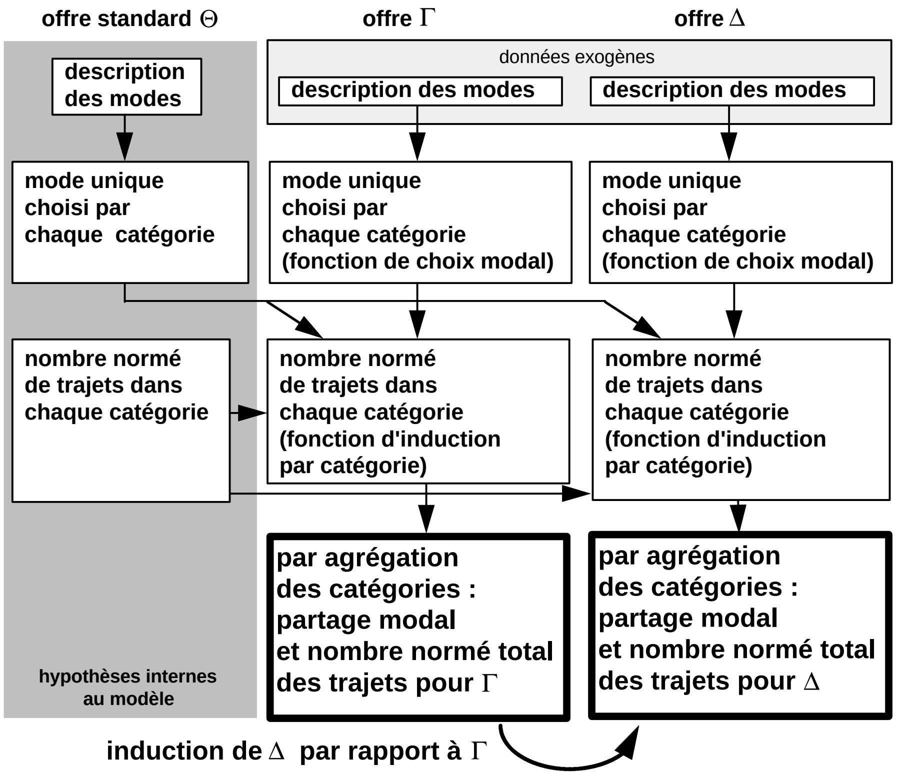
Dans le cas des fonctions directes de demande modale, l'impossibilité de garantir les deux conditions vient de ce que chaque fonction modale est déterminée selon un processus qui est indépendant du processus suivi pour déterminer les autres fonctions modales, alors que l'effet d'une caractéristique d'offre de transport sur le trafic de l'un des modes *est mécaniquement relié dans la réalité* à l'effet de la même caractéristique sur le trafic d'autres modes. Or, si la représentation s'appuie sur une désagrégation des trajets qui ne se fait pas directement selon le mode choisi par les voyageurs[6], on peut admettre *en première approximation* que l'effet d'une caractéristique d'offre de transport sur le nombre de trajets d'un certain type n'est pas lié à l'effet de la même caractéristique sur le nombre des trajets d'un

[6] Nous parlons ici de la logique de fonctionnement du modèle. Il est bien évident que l'on peut, au stade de la production des résultats, distinguer les trajets selon le mode emprunté.

autre type. Les fonctions d'induction propres aux différents types de trajet peuvent donc être déterminées indépendamment l'une de l'autre.

On peut donc garantir *a priori* l'ensemble des deux conditions de plausibilité et de cohérence systématique avec une formulation théorique qui repose sur les principes suivants, conformément au schéma de la Figure 1 :
- traiter indépendamment un grand nombre de catégories de trajets, selon un certain nombre de critères ne comprenant pas explicitement le mode choisi dans quelque situation d'offre de transport que ce soit ;
- formuler, pour chacune de ces catégories, une règle qui détermine le mode unique choisi par tous les trajets de la catégorie dans chaque situation d'offre de transport étudiée ;
- formuler une fonction d'induction propre à chaque catégorie telle qu'en cas de modification de l'offre de transport, le nombre des trajets appartenant à la catégorie n'augmente que si le mode choisi après modification offre un meilleur niveau de service que celui choisi auparavant.

Figure 1 : Schéma d'un exemple de formulation théorique garantissant la plausibilité et la cohérence systématiques



Dans ces conditions, quelles que soient les règles de choix du mode par catégorie et les expressions retenues pour les fonctions d'induction, il n'y aura - dans le premier cas de modification d'offre discuté en début d'article - accroissement du nombre de trajets que dans les catégories dont les représentants choisissent le train dans la situation Δ, puisque le niveau de service des autres modes n'aura pas varié et que les trajets qui ne choisissent pas le train dans la situation Δ ne modifient pas leur choix de mode entre les deux situations. Une variation positive du nombre total des trajets - toutes catégories confondues - ne peut donc apparaître que pour le train. Par ailleurs, s'il y a diminution du nombre de trajets sur les autres modes de transport, cela ne pourra être que le fait d'un changement de choix du mode pour certaines catégories au profit du train. Le nombre total de trajets - toutes catégories confondues - perdus par les modes concernés est donc nécessairement inférieur au nombre total de trajets gagnés par le train. Il ne peut donc y avoir diminution du nombre total de trajets pour l'ensemble des modes de transport.

On sait donc qu'ici - à l'inverse des représentations précédemment évoquées - la plausibilité et la cohérence pourront toujours être respectées sans avoir à choisir entre conserver des bases théoriques stables ou reproduire exactement des données d'observation qui peuvent varier d'une étude E à une autre étude E'.

6.1. UN EXEMPLE DE FORMULATION THEORIQUE SIMPLE

Nous donnerons un exemple du type de formulation proposé avec des catégories de trajets qui sont construites en fonction de deux critères.

6.1.1. Définition des catégories de trajets

Les catégories sont définies en fonction des deux critères suivants.

La valeur du temps du voyageur

Conformément à la définition usuelle, la valeur du temps d'un voyageur traduit ce que celui-ci serait prêt à payer en supplément pour un gain marginal de temps lors du trajet qu'il est en train d'effectuer. Le premier stade de classement des trajets en catégories consiste à diviser le continuum des valeurs du temps possibles en N intervalles contigus d'ampleur assez faible. Chacun de ces intervalles regroupe des valeurs du temps qui sont peu différentes les unes des autres et que nous assimilons à une valeur unique, représentative de l'intervalle considéré.

L'ensemble des autres facteurs individuels jouant un rôle dans l'estimation du niveau de service des modes de transport

Ce critère est utilisé pour refléter la diversité des estimations que peut faire la population des voyageurs en ce qui concerne le niveau de service offert par un mode donné. En effet, même si les voyageurs d'une catégorie ont des valeurs du temps quasiment identiques, il reste un grand nombre de facteurs de dispersion des estimations individuelles au sein de la population des voyageurs considérés.

On définit alors $M \cdot N$ catégories, qui assurent la couverture complète de la population des trajets et qui regroupent chacune les trajets qui sont censés caractérisés par :

- une valeur du temps V qui appartient à l'un des *N* intervalles évoqués ci-dessus ;
- un vecteur de composantes $E(i)$ en nombre égal à la valeur maximale que peut prendre l'indice *i* utilisé pour repérer les différents modes possibles pour l'ensemble des moyens de transport. Chacune de ces composantes prend une valeur telle que les composantes d'un même vecteur soient distribuées de façon approximativement uniforme entre 0 et 1 pour l'ensemble des valeurs possibles de *i* et qu'une même composante soit distribuée de façon approximativement uniforme entre 0 et 1 pour l'ensemble des $M \cdot N$ catégories. Dans la suite du texte, nous utiliserons la notation *n* pour désigner une catégorie particulière, caractérisée par une valeur du temps qui appartient à l'intervalle représenté par la valeur V_n ainsi que par le vecteur $E_n(i)$.

6.1.2. Définition d'une situation d'offre dite « offre standard »

Nous reviendrons plus loin sur l'utilité du recours au concept d'une « offre standard ». Il suffit de savoir, à ce stade de la description, que l'offre standard est définie par un certain nombre de caractéristiques de niveau de service, exactement comme pour n'importe quelle offre réelle. Mais il s'y ajoute deux particularités :

- une seule et même offre standard est considérée pour le traitement de la situation Γ, de la situation Δ et de toute autre situation d'offre réelle sur la relation ;
- une seule et même offre standard est considérée pour le traitement de la relation étudiée ici ou pour toute autre relation à traiter par le modèle.

Nous désignerons l'offre standard par le symbole Θ.

6.1.3. Définition de la loi donnant le nombre des trajets qui seraient effectués dans les différentes catégories en offre standard (pour un total conventionnel de 1)

En complément de la définition de l'offre standard, on formule une loi donnant le nombre $p(\Theta, n)$ des trajets qui seraient effectués sur la relation dans chaque catégorie *n*, si l'offre réelle y était identique à l'offre standard, pour un nombre total de trajets que l'on suppose égal à 1 par pure convention.

On peut supposer par exemple :
- que sur l'ensemble des trajets, le logarithme de la valeur du temps des voyageurs est distribué approximativement selon une loi normale, comme on le fait souvent pour les représentations dites « prix-temps » ;
- qu'à valeur du temps V_n donnée, le nombre de trajets est le même dans toutes les catégories, quelles que soient les valeurs des composantes de $E_n(i)$.

6.1.4. Choix du mode pour chaque catégorie en offre standard

Ainsi qu'on l'a dit, comme pour n'importe quelle offre réelle, l'offre standard est définie par un ensemble de modes possibles, référencés par l'indice *i*. Chaque mode *i* correspond non seulement à un moyen physique donné de transport, mais aussi à une certaine façon d'utiliser ce moyen de transport : par exemple, un certain itinéraire pour la voiture particulière ou un certain service choisi au sein de la grille horaire offerte pour un moyen de transport collectif. Le niveau de service que ressentirait chaque voyageur de la catégorie *n* depuis l'origine jusqu'à la destination de son trajet s'il choisissait le mode *i* est exprimé classiquement sous la forme d'un coût généralisé $C(\Theta, i, n)$ faisant jouer à la fois :
- les caractéristiques objectives de niveau de service du mode *i*,
- les caractéristiques communes des trajets de la catégorie *n*, telles que décrites plus haut.

On peut par exemple retenir l'expression :

$$C(\Theta, i, n) = G(E_n(i)) \cdot (P(i) + V_n \cdot T(i))$$

où *G* est une fonction ayant une certaine forme analytique et où $P(i)$ et $T(i)$ sont respectivement le prix payé pour le trajet et le temps de trajet sur le mode considéré.

Le mode $\hat{i}(\Theta, n)$ que choisiraient les voyageurs de la catégorie *n* en offre standard est alors défini comme le mode qui conduit à la valeur minimale du coût généralisé, que nous désignerons par $\hat{C}(\Theta, n)$.

6.1.5. Choix du mode pour chaque catégorie dans l'offre Γ

Le choix du mode est fait selon les mêmes règles que pour l'offre standard, mais les modes sont maintenant ceux que permet la situation d'offre Γ.

Le mode choisi $\hat{i}(\Gamma, n)$ est le mode qui conduit à la valeur minimale du coût généralisé $\hat{C}(\Gamma, n)$.

6.1.6. Calcul du nombre des trajets qui seraient effectués dans chaque catégorie dans l'offre Γ, pour un nombre total de trajets égal à 1 en offre standard

Soit $p(\Gamma,n)$ le nombre de trajets qui seraient effectués dans chaque catégorie *n* dans la situation d'offre Γ si - toujours par pure convention - le nombre total de trajets sur la relation était égal à 1 *en offre standard*. Ce nombre est appelé « nombre normé » de trajets dans la catégorie *n* pour la situation d'offre étudiée. Les possibilités de transport offertes dans la situation d'offre Γ diffèrent en général de celles existant en offre standard. La conséquence en est que les individus n'ont pas le même comportement de mobilité sur la relation ; il y a non seulement modification du nombre total des trajets, mais aussi des caractéristiques de ces derniers et donc du nombre des trajets effectués dans chaque catégorie. La formulation que nous avons choisie comme exemple suppose que la variation du nombre des trajets effectués dans la catégorie *n* ne dépend que de la variation du niveau de service ressenti par un voyageur de la catégorie : il y a accroissement du nombre de trajets (respectivement diminution) quand le coût généralisé sur le mode choisi par la catégorie *n* dans l'offre Γ est plus faible (respectivement plus fort) que le coût généralisé sur le mode choisi par la même catégorie en offre standard.

$$p(\Gamma,n) = p(\Theta,n) \cdot F_n(\hat{C}(\Gamma,n)) / F_n(\hat{C}(\Theta,n))$$

où F_n est une fonction monotone décroissante dont l'expression peut éventuellement varier selon la valeur du temps V_n de la catégorie.

6.1.7. Choix du mode et calcul du nombre des trajets qui seraient effectués dans chaque catégorie dans l'offre Δ, pour un nombre total de trajets égal à 1 en offre standard

Le mode choisi $\hat{i}(\Delta,n)$ et le coût généralisé minimal $\hat{C}(\Delta,n)$ sont déterminés selon la règle déjà utilisée pour l'offre standard ou l'offre Γ. Mais les modes sont bien sûr ceux offerts dans la situation Δ.

L'estimation du nombre normé de trajets $p(\Delta,n)$ est estimé avec la fonction déjà définie pour l'offre Γ :

$$p(\Delta,n) = p(\Theta,n) \cdot F_n(\hat{C}(\Delta,n)) / F_n(\hat{C}(\Theta,n))$$

6.1.8. Partage modal des trajets dans les situations d'offre Γ et Δ

Pour l'offre Γ comme pour l'offre Δ, l'agrégation des résultats obtenus pour les différentes catégories donne le nombre normé total de trajets, tous modes de transport confondus ou pour chaque mode de transport séparément. On en déduit immédiatement le partage modal des trajets.

6.1.9. Induction provoquée par la substitution de l'offre Δ à l'offre Γ

L'induction se calcule par simple quotient des nombres normés totaux de trajets obtenus pour les deux situations d'offre.

6.1.10. Retour sur l'utilité du concept d'offre standard

Dans le premier cas de modification d'offre, les nouvelles possibilités de transport offertes par les trains à grande vitesse dans l'offre Δ ne sont pas véritablement attractives pour les voyageurs aux yeux desquels un gain de temps a peu d'importance, c'est-à-dire qui ont une faible valeur du temps. En revanche, les nouvelles possibilités intéressent les voyageurs à forte valeur du temps. C'est donc avant tout pour ces types de voyageurs que l'on observe un changement de moyen de transport, ainsi qu'un accroissement de mobilité. En conséquence, le poids des valeurs du temps fortes augmente au sein de la population de l'ensemble des voyageurs sur la relation.

Vouloir intégrer dans un modèle le fait qu'une modification de l'offre s'accompagne d'une déformation de la distribution des trajets, a une conséquence méthodologique importante : *on ne peut formuler des hypothèses relatives à une loi de distribution telle que p sans préciser à quelle situation d'offre cette distribution se rapporte.* Si l'objectif du modèle était limité à l'estimation des effets de l'offre Δ se substituant à l'offre Γ, la méthode la plus simple consisterait à faire une hypothèse de loi de distribution directement pour l'offre Γ. Mais, si nous voulions ensuite appliquer le modèle à une troisième situation d'offre Ω, se substituant à l'offre Δ, nous n'aurions que deux façons alternatives de faire.

La première solution consisterait à formuler *directement* des hypothèses entièrement nouvelles sur une loi de distribution relative à la situation d'offre Δ, de façon analogue à ce que nous supposons avoir fait pour estimer les effets de l'offre Δ en partant de la situation d'offre Γ. Mais alors comment assurer la compatibilité de l'hypothèse de loi de distribution faite pour l'offre Γ lors de l'étude de la substitution de Δ à Γ et de l'hypothèse faite pour l'offre Δ lors de l'étude de la substitution de Ω à Δ ? Si l'on estimait directement le trafic de l'offre Ω en partant de l'offre Γ, les résultats obtenus *pour toutes les catégories confondues* différeraient le plus souvent de ceux obtenus pour la même offre en partant de l'offre Δ. Un tel état de fait ne paraît pas acceptable, à moins de faire l'hypothèse très discutable que les comportements des individus sont significativement influencés par *toutes* les situations d'offre que ces individus ont connues dans le passé.

La seconde solution consisterait à reprendre la loi de distribution qu'impliquent pour l'offre Δ les nombres normés de trajets $p(\Delta,n)$ qui se déduisent de ceux supposés correspondre à l'offre Γ selon la formule :

$$p(\Delta,n) = p(\Gamma,n) \cdot F_n(\hat{C}(\Delta,n)) / F_n(\hat{C}(\Gamma,n))$$

Dans ce cas, toutes les lois de distribution de trajets seraient compatibles et le résultat serait le même pour l'offre Ω, qu'on l'obtienne en partant de l'offre Γ ou de l'offre Δ. Il serait possible de répéter l'opération pour d'autres substitutions d'offre (Φ se substituant à Ω), (Ψ se substituant à Φ), etc. ; mais il faudrait à chaque fois s'appuyer sur le traitement d'une troisième situation d'offre qui ne serait ni la situation étudiée, ni celle à laquelle cette dernière est supposée se substituer. C'est pourquoi il est plus aisé de formuler une fois pour toutes une loi de distribution pour une situation d'offre bien précise Θ, indépendamment de la relation étudiée et des situations réelles considérées lors des différentes applications du modèle. C'est précisément cette situation que nous appelons *« offre standard »*.

6.2. ESTIMATION DES COMPOSANTES PARAMETRIQUES

Dans les fonctions retenues pour la représentation, la détermination de ce qui sera considéré comme composante paramétrique dépend des données d'observation disponibles pour les estimations particulières. Ainsi, avec les exemples de données déjà considérés pour la formulation séquentielle, on peut considérer deux paramètres pour la loi de distribution des valeurs du temps (la médiane et l'écart-type pour une loi supposée log-normale), un paramètre pour la fonction G et trois paramètres pour les fonctions F_n. Avec les exemples de données considérés pour les fonctions directes de demande modale, on peut considérer toujours deux paramètres pour la loi de distribution des valeurs du temps, un paramètre pour la fonction G et un seul paramètre également pour les fonctions F_n. Dans tous les cas, il sera possible de trouver des valeurs de paramètres qui permettront de reproduire les différents jeux de données d'observation sous double condition de cohérence et de plausibilité systématiques, sans qu'il soit nécessaire de modifier la formulation théorique de la représentation.

Ce serait l'objet d'un autre article de préciser quelles sont, compte tenu de l'ensemble des données d'observation connues à ce jour, les solutions optimales pour les caractéristiques de la loi de distribution des valeurs du temps V_n, les caractéristiques de la loi de distribution des coefficients $E_n(i)$, l'expression du coût généralisé et l'expression des fonctions F_n. En revanche, il importe de dire quelques mots sur le fait que, par opposition au couple de fonctions de partage modal et d'induction ou à une collection de fonctions directes de demande modale, il pourrait sembler y avoir ici un plus grand nombre d'éléments qui ne peuvent être estimés en tant que composantes paramétriques et qui doivent malgré tout être fixés pour que le modèle soit opérationnel. Remarquons tout d'abord que, de ce point de vue, il n'y a pas en fait de véritable différence entre les formulations théoriques. En effet, choisir - par exemple - une fonction logit de partage modal suppose de retenir une valeur de 1 pour le facteur j_1 et une valeur de 0 pour les autres facteurs j_k (avec $k \geq 2$) dans l'expression générale que l'on peut donner à une fonction de partage modal conformément à ce qui a déjà été introduit en début d'article :

$$M = \sum_k j_k F_k$$

où F_1 est la formulation théorique de base identique à la fonction logit retenue et les autres F_k sont toutes les autres formulations de base possibles[7]. Le choix d'une quelconque forme analytique de fonction implique donc de donner implicitement une valeur à un très grand nombre - pour ne pas dire une infinité - de facteurs. En ce sens, le choix de fonctions simples ne se distingue pas fondamentalement du choix d'une formulation d'écriture un peu plus complexe, tel que celle présentée ici. Le seul avantage des fonctions simples peut être, pour certains, la possibilité qu'elles offrent d'automatiser le processus d'estimation de ce qui est *explicitement* affiché comme composante paramétrique de la représentation.

Si la question de la validité des estimateurs retenus pour les composantes paramétriques ne se pose pas en des termes très différents pour tous les types de représentation, il n'en est bien sûr pas de même de celle de l'élaboration de la formulation théorique. Mais des exercices concrets de modélisation ont montré par le passé que le souci de ne pas simplifier exagérément la formulation théorique n'est pas un obstacle à l'obtention d'un outil de prévision de trafic aussi opérationnel que les autres. Ce fut le cas il y a une vingtaine d'années avec le modèle T.R.I.P. dont au moins certains modules ont pu être développés jusqu'au stade opérationnel et qui, sans reprendre explicitement les notions d'offre standard et de loi de distribution des trajets selon des catégories, s'appuie d'une certaine façon sur des principes analogues à ceux de notre exemple (MARCHE, 1980). C'est également le cas plus récemment avec le modèle M.A.T.I.S.S.E. qui reprend exactement les principes de l'exemple, mais en considérant un nombre beaucoup plus grand de critères pour la désagrégation des trajets en catégories (MORELLET *et al.*, 1997a). Malgré la complexité encore accrue qui en résulte concernant l'écriture de la formulation, il a été possible d'obtenir pour les trajets intérieurs français à longue distance un modèle qui donne des résultats aussi proches - sinon plus - des données d'observation disponibles que ne le font les représentations fondées sur des fonctions plus simples. Là encore, compte tenu du grand nombre des situations d'offre impliquées, ce serait l'objet d'un

[7] On remarquera que, pour les représentations appliquées dans les études qui nous sont connues, le choix des valeurs données à j_k pour toutes les valeurs possibles de *k* est souvent fait de façon implicite, sans justification statistique.

autre article de faire la comparaison détaillée des résultats de M.A.T.I.S.S.E. et des données d'observation ou des résultats obtenus par ailleurs. Concernant la comparaison avec les données d'observation, nous renvoyons le lecteur intéressé au document technique consacré au test du modèle (MORELLET *et al.*, 1997b).

Nous terminerons en revanche cette partie de l'article en indiquant que, dans les fonctions F_n de variation des nombres normés de trajets par catégorie définies pour M.A.T.I.S.S.E., le nombre de trajets est lié non seulement au coût généralisé ressenti par les voyageurs de la catégorie, mais aussi au coût ressenti par les voyageurs d'autres catégories. Cela permet de tenir compte des phénomènes assez marginaux que l'on a déjà évoqués en début d'article et que néglige l'exemple de modèle présenté ici : par exemple le fait qu'un voyage soit induit parce que les trains à grande vitesse permettent de faciliter le trajet aller alors que le trajet retour se fait en avion. De ce fait, M.A.T.I.S.S.E. ne respecte pas tout à fait les conditions de plausibilité et de cohérence systématiques *telles qu'elles ont été énoncées en début d'article*. Mais il serait plus exact de dire que ce sont les conditions elles-mêmes qui - pour la clarté de l'exposé - ont été définies de façon un peu trop caricaturale, alors qu'une approche complète aurait dû tenir compte des phénomènes qui sont ajoutés par M.A.T.I.S.S.E. et dont on peut difficilement mettre en doute l'existence réelle. Cette remarque finale ne remet pas en cause pour autant l'appréciation que nous avons portée plus haut sur les autres types de représentation. En effet, dans le cas des exemples présentés, on ne peut interpréter le non respect d'une des deux conditions comme la conséquence de la prise en compte de phénomènes marginaux supplémentaires, car rien dans la formulation théorique ne prévoit explicitement ce type de phénomène. Ce serait par pur effet du hasard que le non respect des conditions pourrait se trouver dans certains cas particuliers coï ncider numériquement avec ce qui peut être imputé à des phénomènes réels alors que dans le cas d'un modèle tel que M.A.T.I.S.S.E., le non respect des conditions est la conséquence du choix tout à fait explicite d'intégrer les phénomènes considérés à la formulation théorique du modèle.

CONCLUSION

En conclusion, nous remarquerons en premier lieu que les exemples d'applications présentés dans cet article sont limités à la distinction de « modes » qui s'identifient en fait aux moyens de transport que constituent la voiture particulière, le train et l'avion, avec un phénomène d'induction considéré à l'échelle de l'ensemble des trajets d'une relation. Mais la question de la plausibilité et de la cohérence des résultats se pose tout autant - et parfois même de façon plus cruciale - quand on distingue plusieurs modes parmi les différentes façons qui existent d'utiliser un même moyen de transport et/ou quand l'induction est considérée à l'échelle d'une partie seulement des modes ou moyens de transport. Ainsi en est-il d'une application visant à estimer les effets de la mise en service d'une autoroute sur le partage du trafic entre itinéraires autoroutiers à péage et itinéraires concurrents, avec une « induction » que l'on assimile à la variation du nombre total de trajets effectués en voiture particulière du fait de la mise en service de l'autoroute. Ou encore d'une application visant à estimer les effets de l'ajout d'un train ou d'un vol sur le partage du trafic entre les différents trains et les différents vols de la journée, avec une « induction » que l'on assimile à la variation du nombre total de trajets effectués en transport collectif du fait du service supplémentaire. Le problème posé concerne donc la grande majorité des études de trafic.

Si les formulations théoriques courantes - fonctions d'induction et de partage modal ou fonctions directes de demande modale - ne devaient être utilisées que dans le cadre d'une étude particulière et une seule, il suffirait que la validité des représentations qui s'en déduisent soit vérifiée dans le champ d'application considéré. À cet égard, ou bien le champ d'application est inclus dans le champ observé et il suffit d'estimer les composantes paramétriques sur la base des données d'observation ; ou bien, le champ d'application sort du champ observé, mais on peut alors limiter les risques de non validité en choisissant des fonctions qui sont systématiquement plausibles et cohérentes avec les valeurs estimées des composantes paramétriques. Cependant on peut vouloir réaliser ensuite une ou plusieurs autres études particulières et se trouver alors confronté aux difficultés suivantes, en supposant pour simplifier que les seules différences d'une étude à l'autre concernent les situations d'offre considérées ou les données d'observation utilisées pour estimer les composantes paramétriques.

Une première difficulté peut survenir si la plausibilité ou la cohérence de la représentation appliquée dans la première étude ne sont pas systématiques. Cela signifie que la représentation perd à coup sûr sa validité en dehors du premier champ d'application, sans qu'il soit possible de tracer les limites correspondantes. La représentation ne peut donc être appliquée telle quelle à une nouvelle étude que si toutes les situations d'offre correspondantes entrent strictement dans le domaine des situations ayant fait l'objet de la première étude. Dans le cas contraire, une solution à la difficulté rencontrée consiste à appliquer à la nouvelle étude une autre représentation qui reprend la même formulation théorique que la première, mais avec de nouvelles valeurs pour les composantes paramétriques, estimées sur la base de données d'observation représentatives des nouvelles situations d'offre ; mais cela suppose que le nouveau champ d'application soit totalement disjoint du premier champ d'application. Une autre solution - notamment quand le domaine des nouvelles situations d'offre n'est pas disjoint du premier -

consiste à appliquer à la nouvelle étude une autre représentation fondée sur une formulation théorique différente de la première, avec des valeurs de composantes paramétriques estimées sur la base des mêmes données d'observation ou non. Mais on ne peut alors définir une formulation théorique stable et les deux représentations ne doivent être considérées dans les deux cas que comme de simples outils mathématiques *ad hoc* ayant pour seule vocation de faciliter les calculs numériques limités au cas particulier concerné.

Il y a moins de réserves à faire sur l'application à un nouveau champ de situations d'offre si la représentation utilisée dans la première étude est à la fois systématiquement plausible et systématiquement cohérente. Cependant, il se peut que l'on souhaite utiliser pour la nouvelle étude une représentation qui reproduit exactement de nouvelles données d'observation qui diffèrent de celles utilisées pour estimer les composantes paramétriques de la première représentation. Or, pour les types de formulation théorique couramment utilisés, le fait que la formulation donne lieu à une représentation systématiquement plausible et cohérente avec des valeurs de composantes paramétriques estimées sur la base de certaines données d'observation ne garantit pas que cela reste toujours le cas avec des composantes paramétriques estimées sur la base d'autres données, et ceci même si les champs de situations d'offre couverts par les deux échantillons de données sont très voisins. Dans l'éventualité où les nouvelles valeurs estimées de composantes paramétriques n'assurent pas la plausibilité et la cohérence systématiques, mais où l'on tient néanmoins à utiliser une représentation qui satisfait les deux conditions de façon à maximiser les chances que sa validité s'étende à un champ d'application non inclus dans le champ observé, il n'y a que deux solutions possibles. Ou bien on retient une formulation théorique différente de la première et on se trouve alors face à une difficulté analogue à celle rencontrée ci-dessus dans d'autres circonstances, à savoir que les études successives ne reposent pas sur des bases théoriques stables. Ou bien on choisit des valeurs de composantes paramétriques qui diffèrent des valeurs estimées et la représentation ne reproduit pas exactement les nouvelles données d'observation.

Au total, avec les formulations théoriques courantes, il n'y a donc que pour des applications successives à différents champs de situations d'offre qui restent strictement disjoints les uns des autres que l'on est certain qu'aucune difficulté ne peut apparaître, au moins pour ce qui est du type de difficulté évoqué ici. On peut alors retenir toujours la même formulation, sous réserve que - en cas de plausibilité ou de cohérence non systématiques de la représentation - les valeurs des composantes paramétriques aient été estimées sur la base de données d'observation qui sont représentatives du champ d'application.

À l'inverse, nous avons donné un exemple de formulation qui donne lieu à une représentation systématiquement plausible et cohérente quelles que soient les données utilisées pour estimer les composantes paramétriques ; on est donc certain *a priori* que son application successive à des situations d'offre variées - avec le cas échéant des données d'observation variées - pourra se faire sans difficultés et que toutes les études ainsi réalisées reposeront sur des bases théoriques stables. Ce modèle implique certes une plus grande complexité de la formulation théorique, mais n'en constitue pas moins un outil de prévision opérationnel reproduisant correctement un grand nombre de données d'observation. Il existe d'autres exemples de modèles garantissant formellement plausibilité et cohérence, comme ceux de choix simultané de la destination des voyages, de la fréquence de déplacement et du mode de transport utilisé. Il resterait à examiner dans quelle mesure il existe des versions opérationnelles de ces modèles reproduisant un nombre équivalent d'observations.

BIBLIOGRAPHIE

CALZADA C, MARCHAL P., MORELLET O., SOLEYRET D. (1997) Évolution du trafic français à longue distance, tendances passées et orientations futures. **Recherche-Transport-Sécurité**, n° 56, pp. 43-60.

MORELLET O., MARCHAL P. (1997a) **Modèle M.A.T.I.S.S.E. : Description détaillée de la version du 14/05/97**. Document technique INRETS, 306 p.

MORELLET O., MARCHAL P. (1997b) **Modèle M.A.T.I.S.S.E. : Test de la version du 14/05/97**. Document technique INRETS, 198 p.

MARCHE R. (1980) Pour mieux comprendre les déplacements interrégionaux de voyageurs : un modèle multimodal de demande. **Les Cahiers Scientifiques de la Revue Transports,** n° 3, pp. 52-68.